2007학년도 대학수학능력시험 9월 모의 평가 (수리영역-나형) 정답 및 해설

1.

$\log_2 16 + \log_2 \frac{1}{8} = 4 - 3 = 1$

답 ①

2.

( ) ( )

( )

이므로

( )( )

( )

답 ⑤

3.

$\lim_{n\to\infty}\left\{2+\left(-\frac{1}{5}\right)^n\right\} = \lim_{n\to\infty} 2 + \lim_{n\to\infty}\left(-\frac{1}{5}\right)^n$

$= 2 + 0 = 2$

답 ②

4.

에서

답 ①

5. $y = \log(10 - x^2)$ 에서

$10 - x^2 > 0$, $x^2 < 10$

$-\sqrt{10} < x < \sqrt{10}$

$\therefore\ A = \{x \mid -\sqrt{10} < x < \sqrt{10}\}$

$y = \log(\log x)$ 에서

$\log x > 0$ 이므로 $x > 1$

$\therefore\ B = \{x \mid x > 1\}$

$\therefore\ A \cap B = \{x \mid 1 < x < \sqrt{10}\}$

따라서, 집합 $A \cap B$의 원소 중 정수인 것은 2, 3의 2개이다.

답 ②

6. $5! \times 2! = 120 \times 2 = 240$

답 ③

7.

이므로 함수 의 그래프는

의 그래프를 축의 방향으로 1만큼, 축의 방향으로 만큼 평행이동한 것이다.

따라서 의 그래프의 개형은 ② 이다.

답 ②

8. $\log x$의 지표를 n이라 하면

$\log x = n + \alpha \quad \left(0 < \alpha < \frac{1}{4}\right)$

$\log x^2 = 2\log x$

$= 2(n+\alpha)$

$= 2n + 2\alpha \quad \left(0 < 2\alpha < \frac{1}{2}\right)$

이므로 $\log x^2$의 가수는 2α

$\log \frac{\sqrt{10}}{x^2} = \frac{1}{2}\log 10 - \log x^2$

$= \frac{1}{2} - (2n + 2\alpha)$

$= -2n + \frac{1}{2} - 2\alpha$

$0 < 2\alpha < \frac{1}{2}$ 이므로 $\log \frac{\sqrt{10}}{x^2}$의 가수는

$\frac{1}{2} - 2\alpha$

따라서 두 가수의 합은

$2\alpha + \left(\frac{1}{2} - 2\alpha\right) = \frac{1}{2}$

답 ②

9. 구하는 확률은

$\frac{{}_4C_1 \times {}_5C_2}{{}_9C_3} = \frac{4 \times 10}{84} = \frac{10}{21}$

답 ①

10. 돼지의 무게를 X라 하면 X는 정규분포 $N(110, 10^2)$을 따른다. 우량돼지 선발대회에 보낼 세 마리의 돼지에서 최소 무게를 k라 하면

$P(X \geq k) = \frac{3}{200} = 0.015$

이므로

$P(X \geq k) = P\left(Z \geq \frac{k-110}{10}\right)$

$= 0.5 - P\left(0 \leq Z \leq \frac{k-110}{10}\right)$

$= 0.015$

$\therefore \quad P\left(0 \leq Z \leq \frac{k-110}{10}\right) = 0.4850$

이 때, 표준정규분포표에서

$P(0 \leq Z \leq 2.17) = 0.4850$

이므로

$\frac{k-110}{10} = 2.17$

$\therefore \quad k = 131.7$

따라서 우량 돼지 선발대회에 보낼 돼지의 최소 무게는 131.7kg이다.

답 ④

11. $a_n + a_{n+1} = n$이므로

$a_{n+m-1} + a_{n+m} = n + m - 1$이다.

$\therefore \quad \sum_{k=n-m+1}^{n+m} a_k$

$= (a_{n-m+1} + a_{n-m+2}) + (a_{n-m+3} + a_{n-m+4})$

$+ \cdots + (a_{n+m-1} + a_{n+m})$

$= (n-m+1) + (n-m+3) + \cdots + (n+m-1)$

이 때, 첫째항이 $n-m+1$, 공차가 2인 등차수열에서

$n+m-1 = (n-m+1) + 2(m-1)$은

제 m째 항이므로 이 등차수열의 합은

$\frac{m\{(n-m+1) + (n+m-1)\}}{2} = mn$

따라서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은 차례로

$n+m-1$, m, mn이다.

답 ①

12.

$\left(-\right)$, $\left(-\right)$

① Σ $\Sigma\left(-\right)$

$\times$ ——

—

(수렴)

② Σ $\Sigma\{\left(-\right)\ \left(-\right)\}$

$\Sigma\left(-\right)$ $\Sigma\left(-\right)$

—— ——

— —

— — (수렴)

③ Σ $\Sigma\ \left(-\right)$

$\Sigma\left(-\right)$

——

$\left(-\right)$

— (수렴)

④ Σ $\Sigma\left(-\right)\ \left(-\right)$

$\Sigma\left(-\right)$

—— — (수렴)

—

⑤ $\Sigma-$ $\Sigma\dfrac{\left(-\right)}{\left(-\right)}$

$\Sigma\left(-\right)$

(발산)

따라서 수렴하지 않는 무한급수는 ⑤이다.

답 ⑤

13. ㄱ. $G(3)=P(X>3)$

$=1-P(0\le X\le 3)$

$=1-F(3)$ (참)

ㄴ. $P(3\le X\le 8)=P(0\le X\le 8)-P(0\le X<3)$

$=P(0\le X\le 8)-P(0\le X\le 2)$

$=F(8)-F(2)$ (거짓)

ㄷ. $P(3\le X\le 8)=P(X\ge 3)-P(X>8)$

$=P(X>2)-P(X>8)$

$=G(2)-G(8)$ (참)

따라서 보기 중 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

답 ④

14. $S_1=2+\dfrac{\pi}{2}$

$S_2=\dfrac{\pi}{2}+\left(1+\dfrac{\pi}{4}\right)=1+\left(\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{\pi}{4}\right)$

$S_3=\dfrac{\pi}{2}+\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\pi}{8}\right)$

$=\dfrac{1}{2}+\left(\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\pi}{8}\right)$

$\vdots$

$$S_n=2\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}+\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{8}+\cdots+\frac{\pi}{2^n}\right)$$

이므로

$$\lim_{n\to\infty}S_n=\frac{\frac{\pi}{2}}{1-\frac{1}{2}}=\pi$$

답 ④

15. $A=\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$의 역행렬이 존재하지 않으므로 $ac-b^2=0$

$\therefore\ b^2=ac$

ㄱ. $b^2=ac$에서 b는 a와 c의 등비중항이므로 a, b, c는 이 순서로 등비수열을 이룬다. (참)

ㄴ. $A+E=\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$=\begin{pmatrix} a+1 & b \\ b & c+1 \end{pmatrix}$$

이 때,

$$(a+1)(c+1)-b^2=ac+a+c+1-b^2$$
$$=a+c+1\neq 0$$

($\because ac-b^2=0,\ a>0, c>0$)

따라서 $A+E$는 역행렬이 존재한다. (참)

ㄷ. $A^2=\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$

$$=\begin{pmatrix} a^2+b^2 & ab+bc \\ ab+bc & b^2+c^2 \end{pmatrix}$$
$$=\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}=A$$

에서 행렬이 서로 같을 조건에 의해

$ab+bc=b$

$\therefore\ a+c=1$ ($\because b>0$) (참)

따라서 보기 중 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ 이다.

답 ⑤

16. $n=1,2,3,\cdots$일 때 P_n의 좌표를 차례로 나열하면 다음과 같다.

$(1,1)\to(1,2)$: 2^1개

$\to(2,1)\to(2,2)\to(2,3)\to(2,2^2)$: 2^2개

$\to(3,1)\to(3,2)\to\cdots\to(3,2^3)$: 2^3개

$\to(4,1)\to(4,2)\to\cdots\to(4,2^4)$: 2^4개

$\cdots$

$\to(10,1)\to(10,2)\to\cdots\to(10,2^{10})$: 2^{10}개

따라서 구하는 n의 값은

$$2+2^2+2^3+\cdots+2^{10}=\frac{2(2^{10}-1)}{2-1}=2^{11}-2$$

답 ③

17. 각 행에서 하나씩 택하여 곱하는 경우의 수는

× × (가지)

택한 수의 곱이 3으로 나누었을 때, 나머지가 1이 되는 경우는 택한 세 수의 지수의 합이 짝수일 때이다. 1행, 2행, 3행에서 택한 수의 지수를 순서쌍으로 나타내어 지수의 합이 짝수인 경우는 다음과 같다.

(ⅰ) (짝수, 짝수, 짝수)

× × (가지)

(ⅱ) (짝수, 홀수, 홀수)

× × (가지)

(ⅲ) (홀수, 짝수, 홀수)

× × (가지)

(ⅲ) (홀수, 홀수, 짝수)

× × (가지)

따라서 구하는 확률은

답 ③

18. 등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라고 하면

$a_4-a_2=2d=6$에서 $d=3$

$a_1+a_3=a_1+a_1+2d$

$=2a_1+6=6$

$\therefore\ a_1=0$

$\therefore\ a_6=a_1+5d=0+5\cdot 3=15$

답 15

19. $9^x-3^{x+2}+18<0$ 에서

$3^x=t$ 라 하면 $t>0$ 이고

주어진 부등식은

$t^2-9t+18<0$

$(t-3)(t-6)<0,\ 3<t<6$

$\therefore 3<3^x<6$

이 때 주어진 부등식의 해가

$\alpha<x<\beta$ 이므로 $3^\alpha<3^x<3^\beta$

따라서 $3^\alpha=3,\ 3^\beta=6$

$\therefore 3^\alpha\cdot 3^\beta=3\times 6=18$

답 18

20. $a^6=3$에서 $a=3^{\frac{1}{6}}$

$b^5=7$에서 $b=7^{\frac{1}{5}}$

$c^2=11$에서 $c=11^{\frac{1}{2}}$

이므로

$(abc)^n=\left(3^{\frac{1}{6}}\cdot 7^{\frac{1}{5}}\cdot 11^{\frac{1}{2}}\right)^n$

이 때, $\left(3^{\frac{1}{6}}\cdot 7^{\frac{1}{5}}\cdot 11^{\frac{1}{2}}\right)^n$이 자연수가 되도록 하는 최소의 자연수 n은 $6,5,2$의 최소공배수이므로 30이다.

답 30

21. (주어진 식)

$=\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{kn+1}(\sqrt{n+1}+\sqrt{n-1})}{n(n+1-n+1)}$

$=\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{kn+1}(\sqrt{n+1}+\sqrt{n-1})}{2n}$

$=\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{k+\frac{1}{n}}\left(\sqrt{1+\frac{1}{n}}+\sqrt{1-\frac{1}{n}}\right)}{2}$

$=\frac{\sqrt{k+0}(\sqrt{1+0}+\sqrt{1-0})}{2}$

$=\sqrt{k}=5$

$\therefore\ k=25$

답 25

22. 처음의 주파수를 , 단위 면적당 질량을 , 음향투과손실을 이라 하면

주파수가 일정하고, 질량이 5배 증가되었을 때의 음향투과손실 은

—

답 14

23. $a=\log_2 n$, $b=2^n$이므로

$a+b=\log_2 n+2^n$

$a+b$가 세 자리의 자연수이고

$n\le 6$일 때, $a+b\le \log_2 6+2^6<100$

$n\ge 10$일 때, $a+b\ge \log_2 10+2^{10}>1000$

이므로 $6<n<10$

$n=7$일 때, $a+b=\log_2 7+2^7$은 자연수가 아니다.

$n=8$일 때, $a+b=\log_2 8+2^8=259$

$n=9$일 때, $a+b=\log_2 9+2^9$은 자연수가 아니다.

$\therefore\ a+b=259$

답 259

24. 24. 여학생 5명을 1, 2호실에 각각 3명, 2명씩 배정하는 방법의 수는

$${}_5C_3\times {}_2C_2=10$$

남학생 6명을 3, 4호실에 각각 3명씩 배정하는 방법의 수는

$${}_6C_3\times {}_3C_3\times\frac{1}{2!}\times 2!=20$$

따라서 구하는 모든 방법의 수는

$10\times 20=200$

답 200

25. $p=\dfrac{2b+3a}{2+3}=\dfrac{3}{5}a+\dfrac{2}{5}b$

$q=\dfrac{3b+2a}{3+2}=\dfrac{2}{5}a+\dfrac{3}{5}b$

따라서, $\begin{pmatrix}\frac{3}{5} & \frac{2}{5}\\ \frac{2}{5} & \frac{3}{5}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a\\ b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}p\\ q\end{pmatrix}$ 이므로

$M=\begin{pmatrix}\frac{3}{5} & \frac{2}{5}\\ \frac{2}{5} & \frac{3}{5}\end{pmatrix}$ 이다.

$M^{-1}=5\begin{pmatrix}\frac{3}{5} & -\frac{2}{5}\\ -\frac{2}{5} & \frac{3}{5}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & -2\\ -2 & 3\end{pmatrix}$

이므로 행렬 M^{-1}의 모든 성분의 곱은

$3\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot 3=36$

답 36

26. $A\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$, $A\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ 이므로

$$A\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}+A\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7\\5\end{pmatrix}$$

$$A\begin{pmatrix}1+1\\2+1\end{pmatrix}=A\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7\\5\end{pmatrix}$$

$\therefore x=2,\ y=3$ 에서 $p=2,\ q=3$

$\therefore p+q=5$

답 ⑤

27. 국사를 선택할 사건을 A, 세계사를 선택할 사건을 B라 하면

$P(A)=\dfrac{22}{35}$, $P(B)=\dfrac{17}{35}$

$P((A\cup B)^c)=\dfrac{4}{35}$

이 때, $P(A\cup B)=1-P((A\cup B)^c)$이므로

$P(A\cup B)=1-\dfrac{4}{35}=\dfrac{31}{35}$

2007학년도 대학수학능력시험 9월 모의 평가 (수리영역-나형) 정답 및 해설

$\therefore P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$

$$=\frac{22}{35}+\frac{17}{35}-\frac{31}{35}$$

$$=\frac{8}{35}$$

답 ③

28. $a_{n+1}=\frac{10A\cdot a_n}{10A+a_n}$ 의 양변의 역수를 취하면

$$\frac{1}{a_{n+1}}=\frac{1}{a_n}+\frac{1}{10A}$$

따라서 수열 $\left\{\frac{1}{a_{n+1}}\right\}$ 은 첫째항이 $\frac{1}{a_1}=\frac{1}{10A}$, 공차가 $\frac{1}{10A}$ 인 등차수열이다.

$\therefore \frac{1}{a_8}=\frac{1}{10A}\times 8=\frac{4}{5A}$

따라서 시력 0.8에 해당되는 문자의 크기는

$$a_8=\frac{5}{4}A$$

답 ④

29. 주어진 확률분포로부터 확률변수 는 이항분포 를 따르므로

, 에서

--------㉠

----- ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

이 값을 ㉠에 대입하면

따라서 구하는 확률은

답 ①

30. $(1+ax)^7$ 의 전개식에서 일반항은

$${}_7C_r(ax)^r={}_7C_r a^r x^r \quad (r=0,1,2,\cdots,7)$$

이므로 x^r 의 계수는 ${}_7C_r a^r$ 이다.

x의 계수는 ${}_7C_1 a=7a$ 이므로

$7a=14$ 에서 $a=2$

따라서, x^2 의 계수는

${}_7C_2 a^2=21\cdot 4=84$

답 84