

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{4x}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

2. $\theta = \frac{3}{4}\pi$ 일 때, $\sin\theta + \cos\theta$ 의 값은? [2점]

- ① $-\sqrt{2}$ ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ $\sqrt{2}$

3. 함수 $f(x) = \frac{e^x}{x}$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{e^2}{4}$ ② $\frac{e^2}{2}$ ③ e^2 ④ $2e^2$ ⑤ $4e^2$

4. $\int_1^2 \frac{3x+2}{x^2} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $2\ln 2 - 1$ ② $3\ln 2 - 1$ ③ $\ln 2 + 1$
 ④ $2\ln 2 + 1$ ⑤ $3\ln 2 + 1$

5. 함수 $f(x) = a \sin x + 1$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자.
 $M - m = 6$ 일 때, 양수 a 의 값은? [3점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

6. 자연수 n 에 대하여 함수 $y = e^{-x} - \frac{n-1}{e}$ 의 그래프와 함수
 $y = |\ln x|$ 의 그래프가 만나는 점의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때,
 $f(1) + f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수에서 연속일 때, 도함수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = \begin{cases} e^{x-1} & (x \leq 1) \\ \frac{1}{x} & (x > 1) \end{cases}$$

이다. $f(-1) = e + \frac{1}{e^2}$ 일 때, $f(e)$ 의 값은? [3점]

- ① $e-2$ ② $e-1$ ③ e
 ④ $e+1$ ⑤ $e+2$

8. 함수 $f(x) = \sin x + a \cos x$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{f(x)-1}{x-\frac{\pi}{2}} = 3$ 일 때,

$f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① $-2\sqrt{2}$ ② $-\sqrt{2}$ ③ 0
 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

수학 영역(가형)

3

9. 실수 전체의 집합에서 함수 $f(x) = (x^2 + 2ax + 11)e^x$ 이 증가하도록 하는 자연수 a 의 최댓값은? [3점]

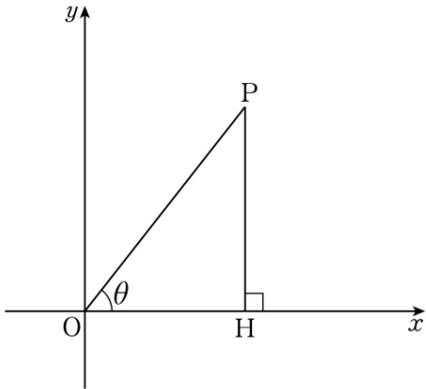
- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

10. 자연수 n 에 대하여 $f(n) = \sum_{r=0}^n {}_n C_r \left(\frac{1}{9}\right)^r$ 일 때, $\log f(n) > 1$ 을 만족시키는 n 의 최솟값은? (단, $\log 3 = 0.4771$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 18 ② 22 ③ 26 ④ 30 ⑤ 34

11. 그림과 같이 제1사분면에 있는 점 P에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\angle POH = \theta$ 라 하자. $\frac{\overline{OH}}{\overline{PH}}$ 를 $f(\theta)$ 라 할 때,

$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} f(\theta) d\theta$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

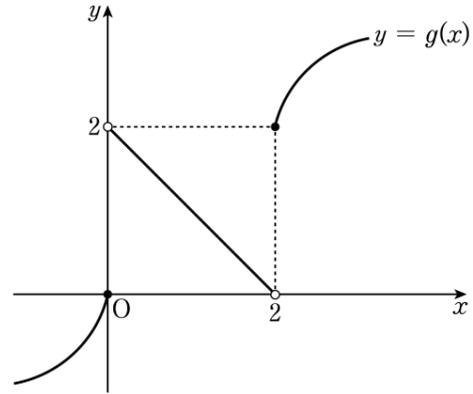


- ① $\frac{1}{2} \ln 3$
- ② $\ln 3$
- ③ $\ln 6$
- ④ $2 \ln 3$
- ⑤ $2 \ln 6$

12. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} e^x & (x \leq 0, x \geq 2) \\ \ln(x+1) & (0 < x < 2) \end{cases}$$

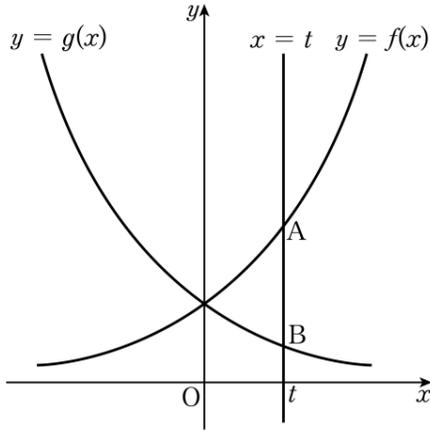
이고, 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(g(x)) + \lim_{x \rightarrow 0^+} g(f(x))$ 의 값은? [3점]

- ① e
- ② $e+1$
- ③ $e+2$
- ④ e^2+1
- ⑤ e^2+2

[13 ~ 14] 좌표평면에 두 함수 $f(x)=2^x$ 의 그래프와 $g(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 의 그래프가 있다. 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 가 직선 $x=t$ ($t > 0$)과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. $t=1$ 일 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 와 직선 AB로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{5}{4\ln 2}$ ② $\frac{1}{\ln 2}$ ③ $\frac{3}{4\ln 2}$
- ④ $\frac{1}{2\ln 2}$ ⑤ $\frac{1}{4\ln 2}$

14. 점 A에서 y 축에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\overline{AB}}{\overline{AH}}$ 의 값은? [4점]

- ① $2\ln 2$ ② $\frac{7}{4}\ln 2$ ③ $\frac{3}{2}\ln 2$ ④ $\frac{5}{4}\ln 2$ ⑤ $\ln 2$

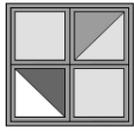
15. 한 변의 길이가 a 인 정사각형 모양의 시트지 2장, 빗변의 길이가 $\sqrt{2}a$ 인 직각이등변삼각형 모양의 시트지 4장이 있다. 정사각형 모양의 시트지의 색은 모두 노란색이고, 직각이등변삼각형 모양의 시트지의 색은 모두 서로 다르다.

[그림 1]과 같이 한 변의 길이가 a 인 정사각형 모양의 창문 네 개가 있는 집이 있다. [그림 2]는 이 집의 창문 네 개에 6장의 시트지를 빈틈없이 붙인 경우의 예이다.

이 집의 창문 네 개에 시트지 6장을 빈틈없이 붙이는 경우의 수는? (단, 붙이는 순서는 구분하지 않으며, 집의 외부에서만 시트지를 붙일 수 있다.) [4점]



[그림 1]



[그림 2]

- ① 432 ② 480 ③ 528 ④ 576 ⑤ 624

16. 함수 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n} + \cos 2\pi x}{x^{2n} + 1}$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_{-x}^2 f(t) dt + \int_2^x t f(t) dt$$

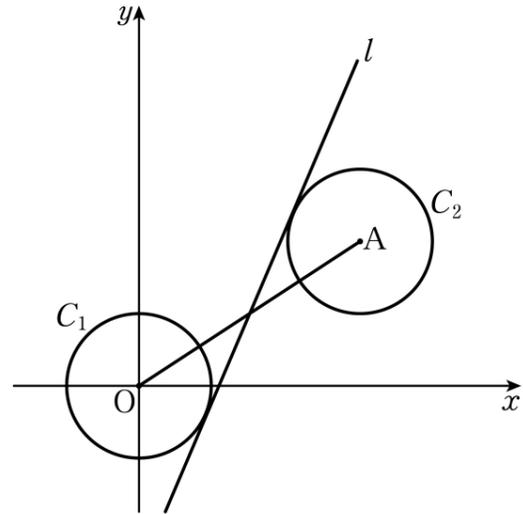
라 할 때, $g(-2) + g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① -2 ② 0 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

17. 1부터 8까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 8장의 카드 중에서 동시에 5장의 카드를 선택하려고 한다. 선택한 카드에 적혀 있는 수의 합이 짝수인 경우의 수는? [4점]

- ① 24 ② 28 ③ 32 ④ 36 ⑤ 40

18. 좌표평면에 중심이 원점 O 이고 반지름의 길이가 3인 원 C_1 과 중심이 점 $A(t, 6)$ 이고 반지름의 길이가 3인 원 C_2 가 있다. 그림과 같이 기울기가 양수인 직선 l 이 선분 OA 와 만나고, 두 원 C_1, C_2 에 각각 접할 때, 다음은 직선 l 의 기울기를 t 에 대한 식으로 나타내는 과정이다. (단, $t > 6$)



직선 OA 가 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 α , 점 O 를 지나고 직선 l 에 평행한 직선 m 이 직선 OA 와 이루는 예각의 크기를 β 라 하면

$$\tan \alpha = \frac{6}{t}$$

$$\tan \beta = \text{ (가) }$$

이다.

직선 l 이 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ 라 하면

$$\theta = \alpha + \beta$$

이므로

$$\tan \theta = \text{ (나) }$$

이다.

따라서 직선 l 의 기울기는 (나) 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(t), g(t)$ 라 할 때,

$\frac{g(8)}{f(7)}$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

수학 영역(가형)

19. 함수 $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

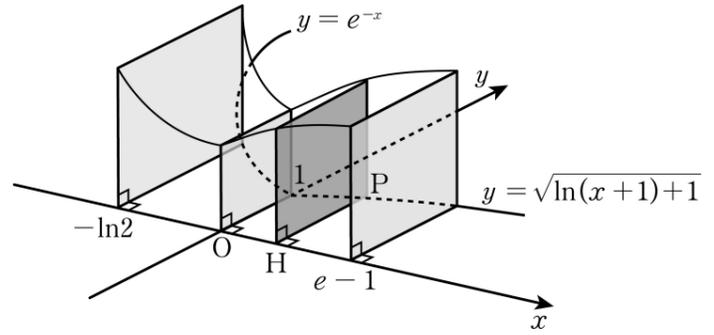
ㄱ. $f'(0) = 1$
 ㄴ. 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq -\frac{1}{2}$ 이다.
 ㄷ. $0 < a < b < 1$ 일 때, $\frac{f(b)-f(a)}{b-a} > 1$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 그림과 같이 함수

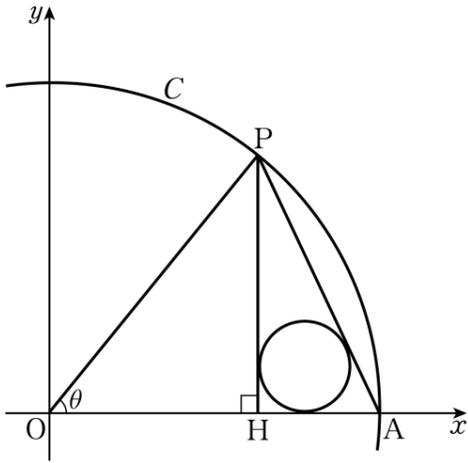
$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & (x < 0) \\ \sqrt{\ln(x+1)+1} & (x \geq 0) \end{cases}$$

의 그래프 위의 점 $P(x, f(x))$ 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라 하고, 선분 PH 를 한 변으로 하는 정사각형을 x 축에 수직인 평면 위에 그린다. 점 P 의 x 좌표가 $x = -\ln 2$ 에서 $x = e-1$ 까지 변할 때, 이 정사각형이 만드는 입체도형의 부피는? [4점]



- ① $e - \frac{3}{2}$ ② $e + \frac{2}{3}$ ③ $2e - \frac{3}{2}$
 ④ $e + \frac{3}{2}$ ⑤ $2e - \frac{2}{3}$

21. 그림과 같이 중심이 원점 O 이고 반지름의 길이가 1인 원 C 가 있다. 원 C 가 x 축의 양의 방향과 만나는 점을 A , 원 C 위에 있고 제1사분면에 있는 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H , $\angle POA = \theta$ 라 하자. 삼각형 APH 에 내접하는 원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{r(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

단답형

22. 방정식 $2^{\frac{1}{8}x-1} = 16$ 의 해를 구하시오. [3점]

23. 곡선 $y = \ln(x-7)$ 에 접하고 기울기가 1인 직선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B 라 할 때, 삼각형 AOB 의 넓이를 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [3점]

24. 원소의 개수가 8인 집합을 공집합이 아닌 2개의 서로소인 부분집합으로 분할하는 방법의 수를 구하시오. [3점]

25. 어느 필름의 사진농도를 P , 입사하는 빛의 세기를 Q , 투과하는 빛의 세기를 R 라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

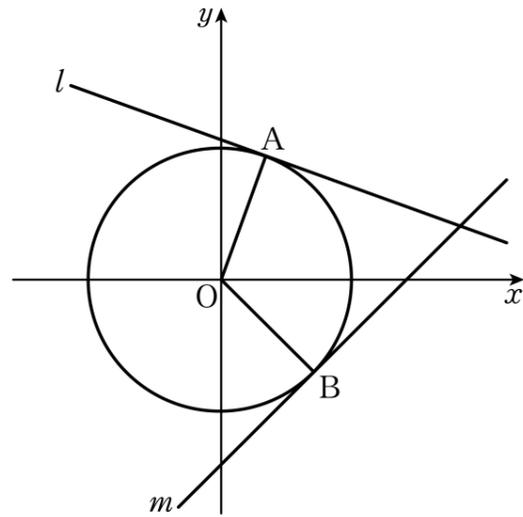
$$R = Q \times 10^{-P}$$

두 필름 A, B에 입사하는 빛의 세기가 서로 같고, 두 필름 A, B의 사진농도가 각각 $p, p+2$ 일 때, 투과하는 빛의 세기를

각각 R_A, R_B 라 하자. $\frac{R_A}{R_B}$ 의 값을 구하시오. (단, $p > 0$) [3점]

26. 그림과 같이 기울기가 $-\frac{1}{3}$ 인 직선 l 이 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 점

A에서 접하고, 기울기가 1인 직선 m 이 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 점 B에서 접한다. $100 \cos^2(\angle AOB)$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]



27. 다음 조건을 만족시키는 자연수 N 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) N 은 10 이상 9999 이하의 홀수이다.
- (나) N 의 각 자리 수의 합은 7이다.

28. 함수 $f(x) = \frac{e^{\cos x}}{1+e^{\cos x}}$ 에 대하여

$$a = f(\pi - x) + f(x), \quad b = \int_0^\pi f(x) dx$$

일 때, $a + \frac{100}{\pi}b$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 집합 $X = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) X 의 모든 원소 x 에 대하여 $|f(x) + f(-x)| = 1$ 이다.
 (나) $x > 0$ 이면 $f(x) > 0$ 이다.

함수 $f(x)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

30. 함수 $f(x) = x^2 e^{ax}$ ($a < 0$)에 대하여 부등식 $f(x) \geq t$ ($t > 0$)을 만족시키는 x 의 최댓값을 $g(t)$ 라 정의하자. 함수 $g(t)$ 가

$t = \frac{16}{e^2}$ 에서 불연속일 때, $100a^2$ 의 값을 구하시오.

(단, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$) [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.