

자연계열II(오후) 문제 해설

평가 목표와 출제 의도

수 학

[문제 1]

다양한 상황에서 발생하는 확률적 사건과 이와 관련된 확률의 개념은 논리적 사고 및 의사결정에서 중요한 부분이다. 본 문제는 학생의 희망직업과 그 보호자가 희망하는 학생의 직업의 일치도에 대한 조사연구라는 상황의 확률 구조에 대한 이해도와 각 그룹에서의 학생과 보호자의 희망직업이 일치하는 경우를 확률 계산에 정확하게 반영할 수 있는지를 평가한다. 관련 확률은 이항분포의 확률질량함수와 확률의 곱셈정리를 활용하여 구할 수 있다. 본 문제는 확률에 대한 개념의 이해도를 평가하며 난이도는 중하 정도로 볼 수 있다.

[문제 2-1]

다양한 적분의 기술들을 자유롭게 사용할 수 있는지 평가하는 문제이다. 구분구적법, 치환적분법, 부분적분법과 삼각함수의 미분을 제대로 알고 있는지 평가한다. 먼저, 문제의 극한이 구분구적법의 형태로 정리될 수 있다는 것은 쉽게 확인할 수

있을 것이다. 구분구적법을 쓰면 이 문제는 적분 $\int_0^1 \frac{x^3}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4}x^2\right)} dx$ 을 계산하는 문제로 바뀌는데, 분모에 있는 $\frac{1}{\cos^2 x}$

이 $\tan x$ 의 도함수가 된다는 것에 착안하면, 적분 $\int_0^1 \frac{x^3}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4}x^2\right)} dx$ 을 계산하기 위해서 부분적분법을 사용할 수 있다

는 것을 떠올릴 수 있을 것이다. $y = x^2$, $z = \frac{\pi}{4}y$ 로 치환하는 치환적분을 통해 $\frac{8}{\pi^2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{z}{\cos^2 z} dz$ 형태의 적분을 얻을 수 있고, 부분적분과 치환적분을 쓰면 값을 계산할 수 있다. 적분법에 대한 종합적인 능력을 평가하는 문제이다.

[문제 2-2]

함수의 최대, 최소에 대한 정보를 미분을 통해 알아낼 수 있는지 평가하기 위한 문제이다. 이차 부등식을 풀고 함수의 극대와 극소를 판정한 후, 함수의 증감을 조사하여 최댓값, 최솟값을 구하는 과정을 평가한다. 좀더 구체적으로, 주어진 조건 $x + y = 8$ 에서 얻은 $y = 8 - x$ 를 다른 조건 $-84 \leq xy \leq -65$ 에 대입하면 x 의 범위를 알 수 있고, 이 범위 내에서 식 $(x^2 + y^2 + 3xy)e^y$ 의 최대, 최소를 구하면 되는 문제이다. 준식을 x 에 대해 정리한 다음, 미분하여 도함수가 0이 되는 x 의 값을 구하면 함수의 극대, 극소를 조사할 수 있다. 마지막으로 x 가 취할 수 있는 값의 범위에서 이 함수가 언제 최대, 최소 인지를 구하기 위해, 함수의 극대, 극소와 함께 구간들의 끝점에서의 값들을 비교하면 답을 얻을 수 있다.

[문제 3-1]

평면 위로의 정사영을 이해하고 있는지 평가한다. 또한 이 과정을 통하여 얻은 함수의 적분을 잘 수행할 수 있는지 평가한다.

[문제 3-2]

좌표평면 위에서 이동하는 동점을 문제의 조건을 이용하여 식으로 세울 수 있는지 평가한다. 또한 동점의 속도를 음함수 미분, 합성함수 미분을 이용하여 구할 수 있는지 평가한다.

[문제 4-1]

효소는 생명체 내에서 다양한 화학 반응을 일으켜, 몸에 필요한 물질을 합성하거나 분해시키는 중요한 기능을 하고 있다. 효소가 기질과 반응하여 실질적으로 일을 하는 부위를 효소 활성 부위라고 하는데, 효소의 반응 속도는 효소가 작용하는 동안 다양한 환경 조건에 따라 다르게 나타난다. 주어진 결과를 분석하여 효소의 서로 다른 활성 원리를 이해하고, 기질과 효소와의 상관 관계에 대해 이해하고 있는지 확인한다. 효소의 활성을 저해하는 효소 저해제는 기질과 비슷한 구조를 가져 기질과 경쟁적으로 작용하는 경쟁적 저해제가 있고, 효소의 활성부위가 아닌 다른 부위에 결합하여 활성 부위의 단백질 구조 변화를 유도하여 효소의 활성을 저해하는 비경쟁적 저해제가 있다. 제시된 표를 해석하여, 효소 저해제의 특징과 연계하여 이를 찾아내고, 반응 과정에서 저해제를 다시 제거해 주었을 때 추가적으로 저해제의 어떠한 기능을 확인할 수 있는지를 결과 도 표로부터 추론할 수 있는지 평가하고자 하였다.

[문제 4-2]

대장균의 오페론은 기능적으로 연관이 있는 여러 유전자가 나란히 존재하고 있어서 일반적으로 대장균이 생장할 수 없는 특수한 환경에서 효과적인 유전자 발현을 통하여 정상적인 생장을 할 수 있도록 해주는 원핵 생물의 특이한 유전자 조절 방식이다. 또한, 재조합 DNA 유전자는 유용한 유전자를 대량 복제하거나 이로부터 유래되는 단백질의 대량 합성을 가능하게 하여 새로운 생명 공학 기술 발달에 크게 이바지 하였다. 문제 [4-2]는 대장균의 젓당 오페론 유전자에 돌연변이가 일어난 상황을 가정하고, 오페론의 어느 부위에 돌연변이가 일어났는지를 논리적으로 유추하는 문제로서, 유전자가 발현하기 위해서는 제시문 (라)에 기술 되어 있는 유전자 발현(전사) 과정에서 DNA 프로모터와 RNA 중합 효소와의 결합이 선행 되어야만 한다는 것을 유추 할 수 있어야 되고, 젓당 오페론의 부위별 재조합 DNA (P1, P2, P3)의 구조 단백질 번역의 유무를 평가하기 위해서는 제시문 (마)에서 젓당 오페론의 작동 원리를 정확히 이해하고 있어야 한다. 또한, 실험 결과의 <표1>과 <표2>를 유기적으로 분석하여 실험 결과 분석에 대한 기본 개념과 이들의 상호 관계를 종합적으로 추론하고 예측할 수 있는 사고력을 함께 측정하고자 하였다.

[문제 4]

물체의 평형 상태, 등가속도 운동, 단진동 운동은 자연계에서 일어나는 역학적 운동 현상을 이해하고 설명하는 데 필요한 기본 개념으로서 고교 물리 교과 과정에서 중요하게 다루어지고 있다. 본 문항 평가에서는 비탈면에서 용수철이나 실에 연결되어 있는 물체의 운동의 예로부터 평형 상태의 조건을 이해하고, 이 조건이 만족되지 않을 때 물체는 복원력에 의해서 평형점을 중심으로 단진동함을 이해한다. 이 문제를 통하여 학생들은 공부한 물리 법칙으로 실제 물리 현상을 잘 설명할 수 있고, 여러 가지의 힘이 반대 방향으로 작용할 때 단진동 현상을 이해하고 단진동 주기를 정량적으로 계산할 수 있다.

[문제 4-1]에서는 비탈면 위에서 운동하는 물체에 용수철 탄성력과 지구 중력이 작용할 때 물체가 평형 상태에 있을 조건을 구하고, 물체가 평형 상태에서 벗어나서 복원력이 발생할 때 물체의 단진동 운동을 정량적으로 기술하는 문제이다. 물체의 마찰과 크기를 무시한다고 가정했기 때문에, 물체의 변위는 용수철의 길이와 같다. 평형 상태에서 용수철 탄성력과 비탈면 방향의 중력 성분이 크기는 같고 방향은 반대가 된다. 따라서, 따라서 용수철이 원래 길이에서 늘어나게 되며 평형 상태에서 용수철의 길이가 결정됨을 결정할 수 있다. 반면에 용수철이 평형 상태에서 벗어나 있을 때 용수철 탄성력과 중력의 차이가 복원력으로 작용해서 물체가 단진동함을 이해한다. 따라서, 단진동 운동의 가속도를 알고 있으면, 단진동의 복원력과 관련지어 단진동의 주기를 쉽게 구할 수 있는 난이도의 문제이다.

[문제 4-2] [문제 4-1]에서 고려한 비탈면 위에서 운동하는 물체를 연직방향으로 다른 물체에 실로 연결하여, 두 물체가 평형 상태에 있는 경우의 용수철의 길이를 구하고, 두 물체가 평형 상태에서 벗어난 경우에 단진동이 일어날 조건을 구하는 문제이다. 두 물체가 실로 연결되어 있으므로 각 물체에 실의 장력이 작용함을 이해하고, 각 물체에 작용하는 알짜힘을 구해서 두 물체가 평형 상태에 있거나 단진동하는 조건을 이해할 수 있다. 본 문항 평가에서는, [문제 4-1]에서 필요한 개념을 알고 두 개의 물체가 서로 연결되어 새로운 힘이 작용하는 경우에 적용하여 평형 상태와 단진동 운동의 조건을 물어보는 중 정도의 난이도의 문제이다.

[문제 4]

본 논술 고사에서는 고등학교 화학 I, II 교과과정에 대한 전반적인 이해도를 평가하기 위해 융합적인 문제를 다루며 보어의 원자 모형, 이온화 에너지, 산화수, 반응 엔탈피, 헤스 법칙, 상평형, 엔트로피 등 고교 화학 교과 과정에서 중요하게 다루어지고 있는 여러 가지 개념들을 명확하게 이해하고 있는지 물어보고자 한다. 모든 물질을 구성하는 기본 입자인 원자의 성질을 보어의 원자 모형을 통해서 이해하고, 이 모형으로부터 원자의 이온화 에너지를 구할 수 있는지를 물어봄으로써, 화학 I 교과과정 내에서 다루는 두 가지 내용을 논리적으로 연결하여 이해할 수 있는지를 알아보하고자 한다. 또한, 화학 반응은 원자 사이의 결합이 끊어지고 생성되면서 일어난다는 것을 알고, 주어진 반응 조건에서의 화학 반응식을 완성할 수 있는지 물어보는 문제를 출제하였다. 주어진 제시문과 자료를 논리적, 통합적으로 분석하여 반응식의 계수, 반응물과 생성물의 상태, 그 화학 반응에서 출입하는 열에너지를 구한 후 이를 바탕으로 화학 반응식을 완성할 수 있는지를 보고, 완성한 화학 반응식으로부터 그 반응의 특징을 이해하는데 도움이 되는 산화수와 엔트로피 변화를 구해낼 수 있는지 알아보하고자 한다.

[문제 4-1]에서는 제시문에서 제공하는 정보를 정확하게 숙지하여 수소 방전관 실험을 통해 발머가 얻어낸 선 스펙트럼과 보어가 제시한 수소 원자 모형을 논리적으로 연결할 수 있어야 한다. 수소 원자의 선 스펙트럼과 보어의 원자 모형을 통하여 원자 내에서 전자가 특정한 에너지 준위를 가지고 있다는 것을 이해해야 한다. 또한, 원자의 이온화 에너지가 안정된 기체 원자로부터 전자 하나를 떼어내는 데 드는 에너지라는 것을 이해하고, 이를 보어의 원자 모형으로부터 계산할 수 있어야 한다.

[문제 4-2]에서는 제시문에서 제공하는 정보를 바탕으로 특정 온도와 압력 조건에서 프로펜 연소 반응의 열화학 반응식을 완성할 수 있어야 한다. 열화학 반응식을 완성하기 위해서는 반응식의 계수, 해당 조건에서의 반응물과 생성물의 상태, 그리고 반응 엔탈피를 알아야 한다. 반응물과 생성물의 상태를 파악하기 위해서 해당 조건에서의 반응물과 생성물의 상태를 각 물질의 물리적 특성 및 상평형 그림으로부터 유추할 수 있는지를 본다. 또한 결합 에너지와 헤스 법칙에 대한 이해를 바탕으로 반응 엔탈피를 반응물과 생성물의 상태를 고려하여 계산할 수 있어야 하고, 산화수 규칙에 대한 이해를 바탕으로 반응물과 생성물의 산화수를 올바르게 파악할 수 있어야 한다. 마지막으로, 완성한 화학 반응식으로부터 반응물과 생성물의 기체 몰수를 비교하여 이를 엔트로피와 연결하여 생각할 수 있어야 한다.