

수학 영역(A형)

제 2 교시

1

1. $4^{\frac{1}{2}} \times 8^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

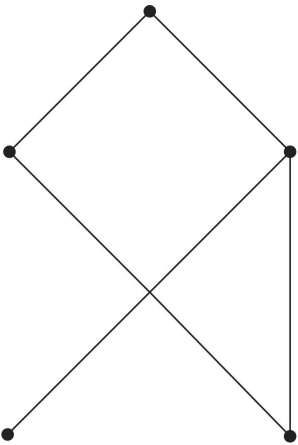
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \times 6^{n+1} + 3}{6^n}$ 의 값은? [2점]

- ① 4
- ② 6
- ③ 8
- ④ 10
- ⑤ 12

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A + 2B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 11
- ② 12
- ③ 13
- ④ 14
- ⑤ 15

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 1의 개수는? [3점]



- ① 8
- ② 10
- ③ 12
- ④ 14
- ⑤ 16

5. $\log_5 27 \times \log_3 5$ 의 값은? [3점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

7. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 = 6$, $a_4 + a_6 = 20$ 일 때, a_7 의 값은?

[3점]

- ① 10
- ② 11
- ③ 12
- ④ 13
- ⑤ 14

6. 실수 a , b 에 대하여 좌표평면에서 함수 $y = a \times 2^x$ 의 그래프가 두 점 $(0, 4)$, $(b, 16)$ 을 지날 때, $a + b$ 의 값은? [3점]

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

8. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{3n+1}{n}\right)$ 이 수렴할 때,

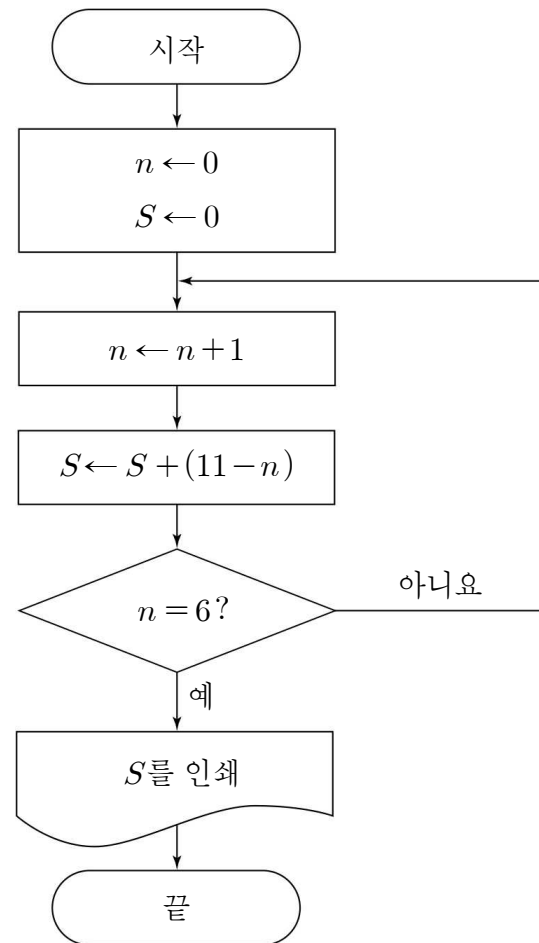
$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

9. 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_n = 2n - 3$ 일 때, $\sum_{k=2}^m a_{k+1} = 48$ 을 만족시키는 m 의 값은? [3점]

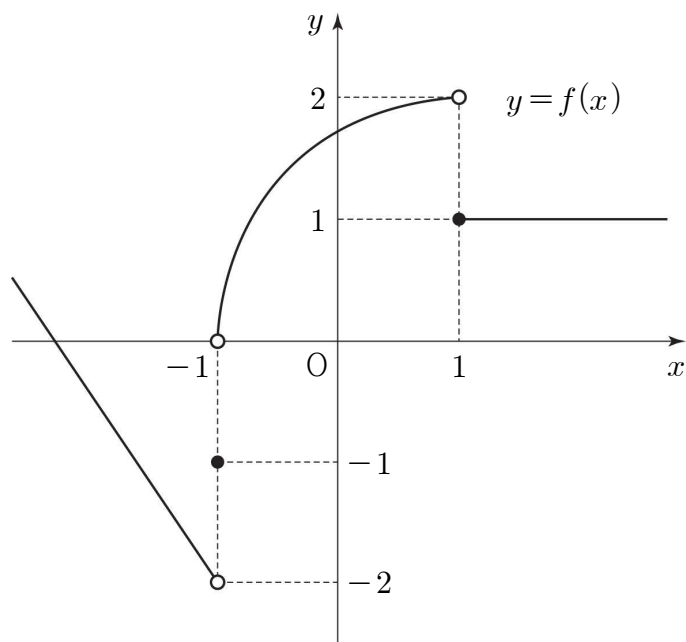
- ① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

10. 다음 순서도에서 인쇄되는 S 의 값은? [3점]



- ① 41 ② 42 ③ 43
④ 44 ⑤ 45

11. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) = a$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow a+0} f(x+3)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

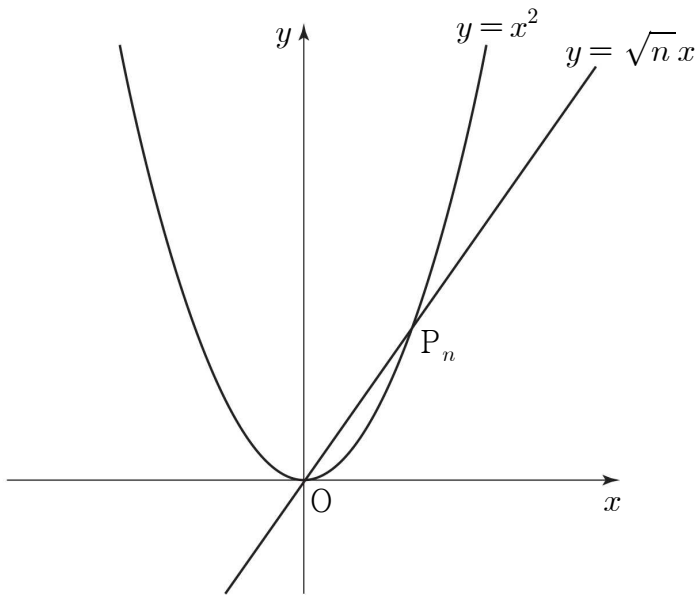
12. 두 양수 $a, b(a < b)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $\log \frac{b}{a}$ 의 값은?

[3점]

(가) $ab = 10^2$
 (나) $\log a \times \log b = -3$

- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

[13 ~ 14] 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 그림과 같이 곡선 $y = x^2$ 과 직선 $y = \sqrt{n}x$ 가 제1사분면에서 만나는 점을 P_n 이라 하자. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 점 P_4 의 좌표를 (a, b) 라 할 때, x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} k & a \\ b & k-2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

이 $x = 0, y = 0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수 k 의 값의 곱은?
[3점]

- ① -14 ② -12 ③ -10
④ -8 ⑤ -6

14. 점 P_n 을 지나고 직선 $y = \sqrt{n}x$ 와 수직인 직선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 Q_n, R_n 이라 하자. 삼각형 OQ_nR_n 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^5 \frac{2S_n}{\sqrt{n}}$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]

- ① 80 ② 85 ③ 90
④ 95 ⑤ 100

15. 지수부등식 $(2^x - 32)\left(\frac{1}{3^x} - 27\right) > 0$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 개수는? [4점]

- ① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

16. 어떤 앰프에 스피커를 접속 케이블로 연결하여 작동시키면 접속 케이블의 저항과 스피커의 임피던스(스피커에 교류전류가 흐를 때 생기는 저항)에 따라 전송 손실이 생긴다. 접속 케이블의 저항을 R , 스피커의 임피던스를 r , 전송 손실을 L 이라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$L = 10 \log \left(1 + \frac{2R}{r} \right)$$

(단, 전송 손실의 단위는 dB, 접속 케이블의 저항과 스피커의 임피던스의 단위는 Ω 이다.)

이 앰프에 임피던스가 8인 스피커를 저항이 5인 접속 케이블로 연결하여 작동시켰을 때의 전송 손실은 저항이 a 인 접속 케이블로 교체하여 작동시켰을 때의 전송 손실의 2배이다. 양수 a 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$



17. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 라 할 때,

$$2S_n = 3a_n - 4n + 3 \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

$$2S_n = 3a_n - 4n + 3 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

에서 $n=1$ 일 때, $2S_1 = 3a_1 - 1$ 이므로 $a_1 = 1$ 이다.

$$2S_{n+1} = 3a_{n+1} - 4(n+1) + 3 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉡}$ 에서 $\textcircled{㉠}$ 을 뺀 식으로부터

$$a_{n+1} = 3a_n + \boxed{\text{가}}$$

이다. 수열 $\{a_n + 2\}$ 가 등비수열이므로

일반항 a_n 을 구하면

$$a_n = \boxed{\text{나}} \quad (n \geq 1)$$

이다.

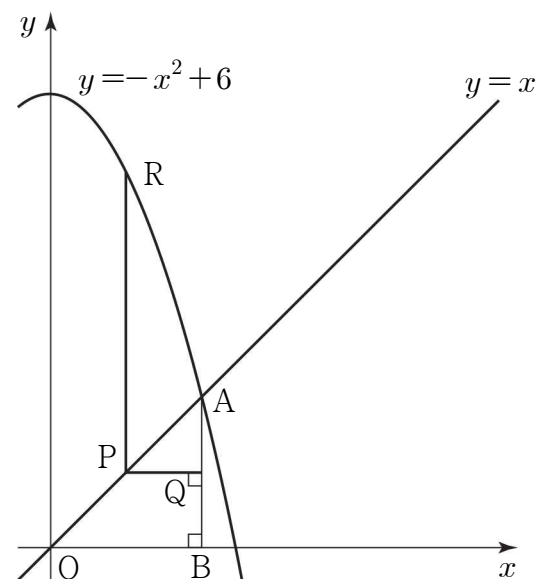
위의 (가)에 알맞은 수를 p , (나)에 알맞은 식을 $f(n)$ 이라 할 때, $p + f(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 225 ② 230 ③ 235
④ 240 ⑤ 245

18. 그림과 같이 곡선 $y = -x^2 + 6$ 과 직선 $y = x$ 가 제1사분면에서 만나는 점을 A라 하고, 점 A에서 x 축에 내린 수선의 발을 B라 하자. 직선 $y = x$ 위의 점 $P(a, a)$ 에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 Q라 하고, 점 P를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선

$y = -x^2 + 6$ 과 만나는 점을 R라 할 때, $\lim_{a \rightarrow 2-0} \frac{\overline{PQ}}{\overline{PR}}$ 의 값은?

(단, $0 < a < 2$) [4점]



- ① $\frac{2}{15}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{4}{15}$
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

19. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$AB + E = A^2, AB^3 - BA^3 = 6E$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

— < 보 기 > —

ㄱ. A 의 역행렬이 존재한다.

ㄴ. $AB = BA$

ㄷ. $A^2 + B^2 = 4E$

① ㄱ

② ㄷ

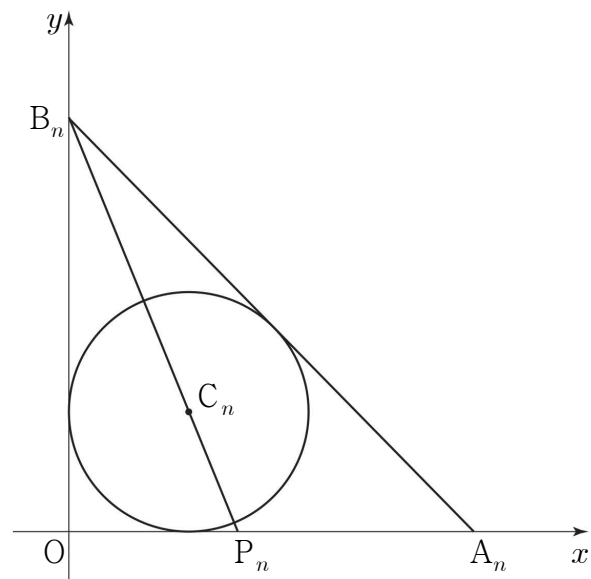
③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 자연수 n 에 대하여 그림과 같이 두 점 $A_n(n, 0), B_n(0, n+1)$ 이 있다. 삼각형 OA_nB_n 에 내접하는 원의 중심을 C_n 이라 하고, 두 점 B_n 과 C_n 을 지나는 직선이 x 축과 만나는 점을 P_n 이라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\overline{OP_n}}{n}$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]



① $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$

② $\sqrt{2}-1$

③ $2-\sqrt{2}$

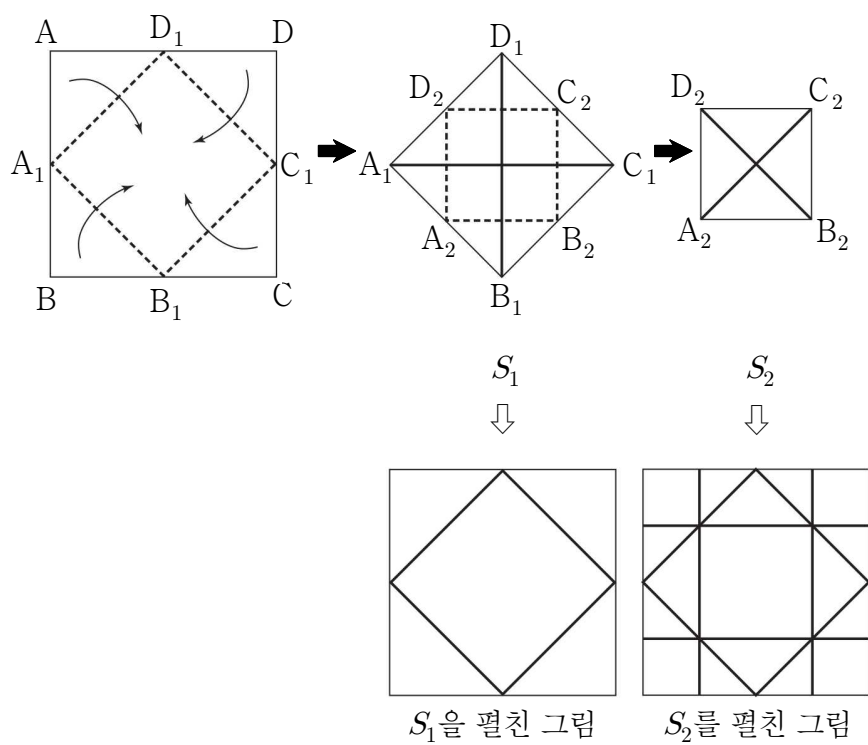
④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

⑤ $2\sqrt{2}-2$

21. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 모양의 종이 ABCD에서 각 변의 중점을 각각 A_1, B_1, C_1, D_1 이라 하고 $\overline{A_1B_1}, \overline{B_1C_1}, \overline{C_1D_1}, \overline{D_1A_1}$ 을 접는 선으로 하여 네 점 A, B, C, D가 한 점에서 만나도록 접은 모양을 S_1 이라 하자.

S_1 에서 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 의 각 변의 중점을 각각 A_2, B_2, C_2, D_2 라 하고 $\overline{A_2B_2}, \overline{B_2C_2}, \overline{C_2D_2}, \overline{D_2A_2}$ 를 접는 선으로 하여 네 점 A_1, B_1, C_1, D_1 이 한 점에서 만나도록 접은 모양을 S_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 모양을 S_n 이라 하고, S_n 을 정사각형 모양의 종이 ABCD와 같도록 펼쳤을 때 접힌 모든 선들의 길이의 합을 l_n 이라 하자. 예를 들어, $l_1 = 4\sqrt{2}$ 이다. l_5 의 값은? (단, 종이의 두께는 고려하지 않는다.) [4점]



- ① $24 + 28\sqrt{2}$ ② $28 + 28\sqrt{2}$ ③ $28 + 32\sqrt{2}$
 ④ $32 + 32\sqrt{2}$ ⑤ $36 + 32\sqrt{2}$

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(x+6)}{x-4}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $(A^{-1})^2$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

24. 지수방정식 $4^x + 2^{x+3} - 128 = 0$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

26. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

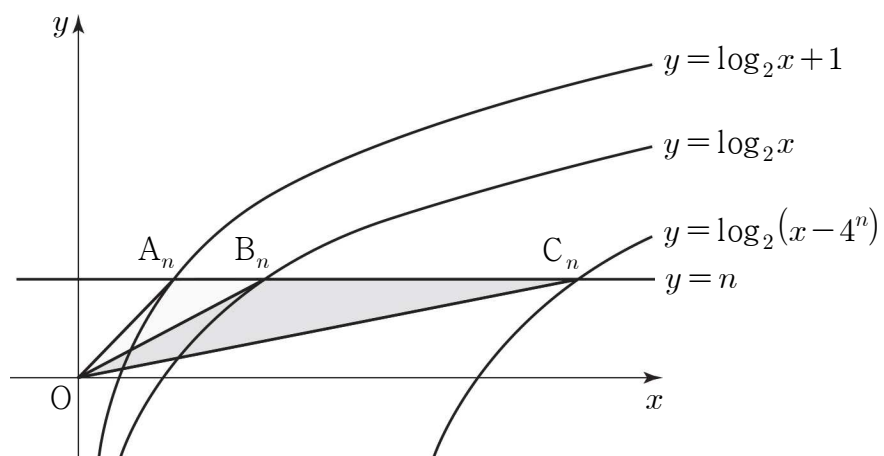
(가) $a_1 = 36$

(나) $a_{n+1} - a_n = 2n - 14$ ($n \geq 1$)

$a_n = 6$ 일 때, 모든 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

25. 함수 $y = \log x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동시킨 그래프가 두 점 $(4, b)$, $(13, 11)$ 을 지날 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하시오. [3점]

27. 자연수 n 에 대하여 그림과 같이 세 곡선 $y = \log_2 x + 1$, $y = \log_2 x$, $y = \log_2(x - 4^n)$ 이 직선 $y = n$ 과 만나는 세 점을 각각 A_n , B_n , C_n 이라 하자. 두 삼각형 A_nOB_n , B_nOC_n 의 넓이를 각각 S_n , T_n 이라 할 때, $\frac{T_n}{S_n} = 64$ 를 만족시키는 n 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]



28. 수열 $\{a_n\}$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $a_1 = 1$, $a_2 = 2$
 (나) a_n 은 a_{n-2} 와 a_{n-1} 의 합을 4로 나눈 나머지 ($n \geq 3$)

$\sum_{k=1}^m a_k = 166$ 일 때, m 의 값을 구하시오. [4점]

29. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & (|x| \leq 2) \\ -2x + 3 & (|x| > 2) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(-x)\{f(x)+k\}$ 가 $x=2$ 에서 연속이 되도록 하는 상수 k 의 값을 구하시오. [4점]

30. $x \geq 1$ 일 때, $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x), g(x)$ 라 하자.

좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 함수 $y = \{f(x)+1\}g(x)$ 의 그래프와 직선 $y = n$ 이 만나는 점의 x 좌표 중 가장 작은 값을

a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} \left(\log a_n + \frac{1}{n+1} \right)$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.