2011학년도 11월 고1 전국연합학력평가
정답 및 해설

• 2교시 수리 영역 •

1	②	**2**	④	**3**	③	**4**	④	**5**	②
6	①	**7**	⑤	**8**	⑤	**9**	②	**10**	②
11	②	**12**	②	**13**	④	**14**	①	**15**	④
16	③	**17**	③	**18**	①	**19**	⑤	**20**	③
21	①	**22**	52	**23**	4	**24**	17	**25**	7
26	18	**27**	35	**28**	50	**29**	14	**30**	720

1. [출제의도] 무리식의 뜻을 알고 계산하기

$\sqrt{6+2\sqrt{5}}-\sqrt{6-2\sqrt{5}}=\sqrt{5}+1-(\sqrt{5}-1)=2$

2. [출제의도] 항등원 구하기

연산 ◎에 대한 항등원을 e라 하면
$a◎e=ae+2(a+e+1)=a$,
$ae+a+2e+2=0$,
$a(e+1)+2(e+1)=0$
이므로 $e=-1$

3. [출제의도] 이차방정식에서 판별식 이해하기

이차방정식 $x^2+2ax-3a=0$이 중근을 가지므로
판별식 $\frac{D}{4}=0$에서
$a^2+3a=0$
$\therefore\ a=0$ 또는 $a=-3$
따라서 $x^2+2ax-3a=0$이 중근을 갖도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은 -3이다.

4. [출제의도] 점과 직선 사이의 거리 구하기

점 $(\sqrt{3},\ 1)$과 직선 $y=\sqrt{3}x+n$ 사이의 거리가 3이므로
$\frac{|3-1+n|}{\sqrt{3+1}}=3$, $|2+n|=6$
$\therefore\ n=-8$ 또는 $n=4$
따라서 양수 n의 값은 4이다.

5. [출제의도] 합성함수와 역함수의 뜻을 알고 성질 이해하기

$(f\circ g^{-1})(1)=f(g^{-1}(1))$
$=f(2)=3$,
$(g\circ f)^{-1}(4)=(f^{-1}\circ g^{-1})(4)$
$=f^{-1}(g^{-1}(4))$
$=f^{-1}(3)=2$
따라서
$(f\circ g^{-1})(1)+(g\circ f)^{-1}(4)=3+2=5$

6. [출제의도] 항등식 이해하기

등식 $(a+b+3)x+ab-1=0$이
x의 값에 관계없이 항상 성립하므로
$a+b=-3$, $ab=1$
이때, $a+b<0$, $ab>0$이므로
$a<0$, $b<0$이고 $\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$
$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2=(\sqrt{a})^2+(\sqrt{b})^2+2\sqrt{a}\sqrt{b}$
$=a+b-2\sqrt{ab}$
$=-3-2\sqrt{1}$
$=-5$
따라서 $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2$의 값은 -5이다.

7. [출제의도] 집합의 연산법칙을 알고 추론하기

ㄱ. $A-B^C=A\cap(B^C)^C=A\cap B$ (참)
ㄴ. $(A-B)-C=(A\cap B^C)-C$
$=A\cap B^C\cap C^C$
$=A\cap(B\cup C)^C$
$=A-(B\cup C)$ (참)
ㄷ. $A\cap(B-A)^C=A\cap(B\cap A^C)^C$
$=A\cap(B^C\cup A)$
$=A$
$(B-A)\cap A=(B\cap A^C)\cap A=\varnothing$이므로
$\{A\cap(B-A)^C\}\cup\{(B-A)\cap A\}=A\cup\varnothing$
$=A$ (참)
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

8. [출제의도] 이차방정식에서 근과 계수의 관계 이해하기

$x^2+px+q=0$의 두 근이 α, β이므로
근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=-p$, $\alpha\beta=q$
$x^2+rx+p=0$의 두 근이 2α, 2β이므로
근과 계수의 관계에 의하여
$2\alpha+2\beta=2(\alpha+\beta)=-r$,
$(2\alpha)(2\beta)=4\alpha\beta=p$
$\therefore\ q=\frac{p}{4}$, $r=2p$
따라서 $\frac{r}{q}=8$

9. [출제의도] 이차부등식의 해 이해하기

x에 대한 이차부등식
$ax^2+bx+c\ge 0$의 해가 오직 $x=3$뿐이므로
$a<0$, $a(x-3)^2\ge 0$가 되어야 한다.
$ax^2+bx+c=a(x-3)^2=ax^2-6ax+9a$
$\therefore\ b=-6a$, $c=9a$
$bx^2+cx+6a=-6ax^2+9ax+6a$
$=-3a(2x^2-3x-2)$
$=-3a(2x+1)(x-2)<0$
$\therefore\ -\frac{1}{2}<x<2$
따라서 정수 x는 0과 1뿐이므로 개수는 2이다.

10. [출제의도] 원과 직선의 위치관계 이해하기

접선이 점 $(-6,\ 0)$을 지나므로
$0=-6m+n$, $n=6m$
그러므로 접선의 방정식은 $y=mx+6m$이다.
원 $x^2+y^2=9$의 중심 $(0,\ 0)$에서
접선 $y=mx+6m$ 사이의 거리가
반지름의 길이 3과 같으므로
$\frac{|6m|}{\sqrt{m^2+1}}=3$
$36m^2=9(m^2+1)$, $m^2=\frac{1}{3}$
$\therefore\ m=\frac{\sqrt{3}}{3}$ 또는 $m=-\frac{\sqrt{3}}{3}$
$n=6m$이므로
$m=\frac{\sqrt{3}}{3}$일 때, $n=2\sqrt{3}$
$m=-\frac{\sqrt{3}}{3}$일 때, $n=-2\sqrt{3}$
따라서 $mn=2$

11. [출제의도] 선분의 외분을 이해하고 실생활 문제 해결하기

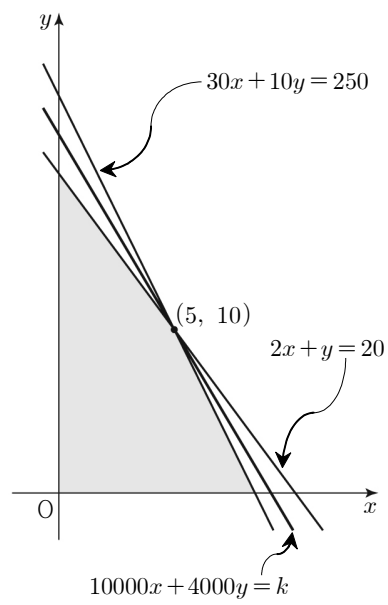
시청의 위치를 좌표평면 위의 원점이라 하면,
혜미네 집의 좌표는 $A(-4,\ -2)$,
학교의 좌표는 $B(0,\ 1)$, 도서관의 좌표는 $(a,\ b)$이다.
이때, 혜미네 집에서 도서관까지의 거리는
학교에서 도서관까지의 거리의 3.5배이므로
도서관의 좌표는 선분 AB를 $7:2$로 외분하는 점이다.
$(a,\ b)=\left(\frac{7\times 0-2\times(-4)}{7-2},\ \frac{7\times 1-2\times(-2)}{7-2}\right)$
$=\left(\frac{8}{5},\ \frac{11}{5}\right)$
따라서 $a+b=\frac{19}{5}$

12. [출제의도] 역함수의 성질 이해하기

$f(x)=\sqrt{x-2}+2(x\ge 2)$는
$g(x)=x^2-4x+6$의 역함수이므로
두 함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프는
직선 $y=x$에 대하여 대칭이다.
두 함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프의 교점은
두 함수 $y=g(x)$와 $y=x$의 그래프의 교점이다.
$x^2-4x+6=x$, $(x-2)(x-3)=0$
$\therefore\ x=2$ 또는 $x=3$
따라서 두 교점의 좌표는 $(2,\ 2)$와 $(3,\ 3)$이므로
두 점 사이의 거리는 $\sqrt{2}$이다.

13. [출제의도] 부등식 영역을 활용하여 최대, 최소 문제해결하기

목걸이와 팔찌의 개수가 각각 x, y이므로
$x\ge 0$, $y\ge 0$, $30x+10y\le 250$, $2x+y\le 20$이다.
연립부등식을 동시에 만족시키는 영역은
그림의 어두운 부분이다.



이때, 판매 이익을 k라고 하면
$k=10000x+4000y$이고
k의 값은 두 직선 $3x+y=25$와 $2x+y=20$의 교점 $(5,\ 10)$에서 최대이다.
따라서 $x+y=15$

14. [출제의도] 복소수의 뜻을 알고 기본 성질 이해하기

$z+\bar{z}=0$을 만족시키는 복소수 $z(\ne 0)$는
순허수이므로
$z=(i-2)x^2-3xi-4i+32$
$=-2x^2+32+(x^2-3x-4)i$에서
$-2x^2+32=0$이고 $x^2-3x-4\ne 0$이어야 한다.
그러므로

로그인/회원가입이 필요 없는 학습자료 사이트
레전드스터디 닷컴! http://LegendStudy.com

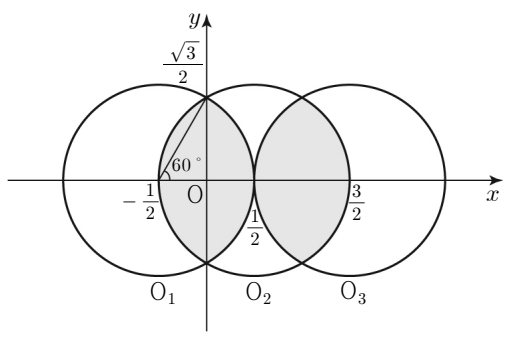
$-2x^2+32=0$에서 $x=4$ 또는 $x=-4$
$x^2-3x-4\neq 0$에서 $x\neq 4$이고 $x\neq -1$
따라서 $x=-4$

15. [출제의도] 나머지정리의 성질을 활용하여 추론하기

다항식 $f(x)$를 $(2x-3)(x+1)$로
나눈 몫이 $Q(x)$이고 나머지가 $x+7$이므로
$f(x)=(2x-3)(x+1)Q(x)+x+7$이다.
한편,
$f(3x+1)$
$=(6x-1)(3x+2)Q(3x+1)+\boxed{3x+8}$
$=(3x+2)\{(6x-1)Q(3x+1)+1\}+\boxed{6}$
이므로
$f(3x+1)$을 $3x+2$로 나눈 나머지는 $\boxed{6}$이다.
$P(x)=3x+8$이고 $r=6$
따라서 $r\times P(2)=6\times 14=84$

16. [출제의도] 평행이동을 활용하여 문제해결하기

원 O_1의 방정식은 $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+y^2=1$이다.
원 O_1을 y축에 대하여 대칭이동한
원 O_2의 방정식은 $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+y^2=1$이고
원 O_1을 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한
원 O_3의 방정식은 $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+y^2=1$이다.
그림과 같이
원 O_1의 내부와 원 O_2의 내부의 공통부분의 넓이와 원 O_2의 내부와 원 O_3의 내부의 공통부분의 넓이의 합 S는
반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 60°인 부채꼴의 넓이에서 밑변의 길이가 $\frac{1}{2}$이고 높이가 $\frac{\sqrt{3}}{2}$인 직각삼각형의 넓이를 뺀 것의 8배이다.



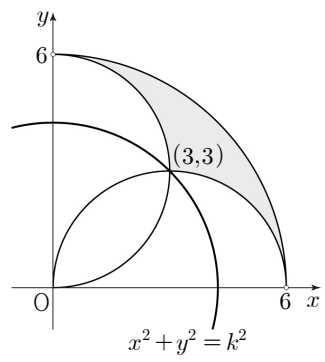
따라서 $S=8\left(\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{8}\right)=\frac{4}{3}\pi-\sqrt{3}$

17. [출제의도] 필요조건과 충분조건 추론하기

ㄱ. $p\to q$ (참)
$ab>0$이면 $a>0$, $b>0$ 또는 $a<0$, $b<0$이다.
$a>0$, $b>0$이면 $|a+b|=a+b=|a|+|b|$이다.
$a<0$, $b<0$이면 $|a+b|=-a-b=|a|+|b|$이다.
$q\to p$ (거짓)
(반례) $a=0$이고 $b=1$
$\therefore$ p는 q이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아니다.
ㄴ. $p\to q$ (참)
$p\to q$의 대우 명제는 참이다. 즉,
$a<1$이고 $b<1$이면 $a+b<2$이다.
$q\to p$ (거짓)
(반례) $a=-3$이고 $b=2$
$\therefore$ p는 q이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아니다.
ㄷ. $p\to q$ (거짓)
(반례) $a=0$이고 $b=1$
$q\to p$ (참)
$a^2+ab+b^2=\left(a+\frac{b}{2}\right)^2+\frac{3}{4}b^2\leq 0$에서
$a=b=0$이므로 $|a+b|=|a-b|$이다.
$\therefore$ p는 q이기 위한 필요조건
따라서 p는 q이기 위한 충분조건이지만 필요조건이 아닌 것은 ㄱ, ㄴ이다.

18. [출제의도] 부등식의 영역 이해하기

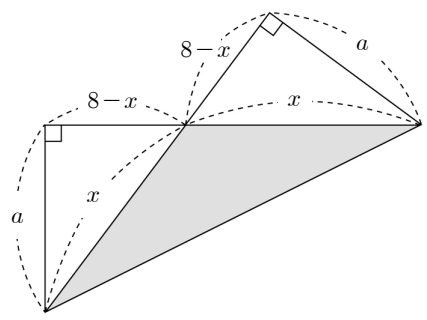
연립부등식을 만족시키는 점 $(x,\ y)$를 좌표평면 위에 나타내면 그림과 같다.



$x^2+y^2=k^2$이라 하면, k^2은 주어진 부등식의 영역에서 원 $x^2+y^2=k^2$이 점 $(3,\ 3)$을 지날 때 최소이다.
따라서 x^2+y^2의 최솟값은 18이다.

19. [출제의도] 삼차방정식 활용하여 문제해결하기

그림과 같이 직사각형 모양의 종이를 대각선을 따라 접었을 때, 겹쳐지지 않은 두 직각삼각형은 합동이다.



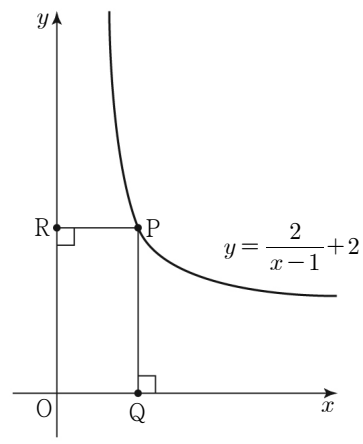
이때, 두 직각삼각형의 빗변의 길이를 x라 하면
다른 두 변의 길이는 $8-x$, a이다.
피타고라스의 정리에 의하여
$x^2=a^2+(8-x)^2$이므로 $x=\frac{a^2+64}{16}$
한편, 겹쳐진 부분의 넓이는 $\frac{1}{2}ax$이므로
$\frac{1}{2}ax=10$,
$\frac{1}{2}\times a\times\frac{a^2+64}{16}=10$,
$a^3+64a-320=(a-4)(a^2+4a+80)=0$
따라서 $a=4$

20. [출제의도] 무리함수의 그래프의 성질을 이해하여 추론하기

이차함수 $f(x)=ax^2+bx+c$의
꼭짓점의 좌표가 $\left(\frac{1}{2},\ \frac{9}{2}\right)$이므로
$f(x)=a\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{9}{2}$
$y=f(x)$의 그래프가 점 $(0,\ 4)$를 지나므로 $a=-2$
$f(x)=-2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{9}{2}=-2x^2+2x+4$이므로
$b=2$, $c=4$
무리함수 $g(x)=-2\sqrt{x+2}+4$에 대하여
ㄱ. 정의역은 $\{x|x\geq -2\}$이고 치역은 $\{y|y\leq 4\}$이다. (참)
ㄴ. 함수 $y=g(x)$의 그래프는 제3사분면을 지나지 않는다. (거짓)
ㄷ. 방정식 $f(x)=-2(x+1)(x-2)=0$의 두 근이 -1 또는 2이므로 $\alpha=-1$, $\beta=2$
$-1\leq x\leq 2$에서 함수 $g(x)$의 최댓값은 $g(-1)=2$ (참)
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

21. [출제의도] 유리함수의 그래프를 활용하여 문제해결하기

$x>0$에서 정의된 함수 $y=\frac{2}{x}$의 그래프를
x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 2만큼
평행이동한 함수 $y=\frac{2}{x-1}+2$의 그래프는
그림과 같다.



$y=\frac{2}{x-1}+2$의 그래프 위의
점 $\mathrm{P}\left(t,\ \frac{2}{t-1}+2\right)$(단, $t>1$)에 대하여
직사각형 ROQP의 넓이 S는 $S=t\left(\frac{2}{t-1}+2\right)$이다.
이때, 산술평균, 기하평균의 관계에 의하여
$S=(t-1+1)\left(\frac{2}{t-1}+2\right)=4+2(t-1)+\frac{2}{t-1}$
$\geq 4+2\sqrt{2(t-1)\left(\frac{2}{t-1}\right)}=8$
(단, 등호는 $t=2$일 때 성립한다.)
따라서 직사각형 ROQP의 넓이의 최솟값은 8이다.

22. [출제의도] 다항식의 곱셈 이해하기

$a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)=64-12=52$

23. [출제의도] 절댓값을 포함한 일차부등식 이해하기

(ⅰ) $x<-1$일 때, $-2x+1<5$에서
$-2<x<-1$
(ⅱ) $-1\leq x<2$일 때, $x+1-x+2<5$가
항상 성립하므로 $-1\leq x<2$
(ⅲ) $x\geq 2$일 때, $2x-1<5$에서 $2\leq x<3$
(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에 의하여
부등식 $|x+1|+|x-2|<5$의 해는 $-2<x<3$이다.
따라서 정수 x는 -1, 0, 1, 2이므로 개수는 4이다.

로그인/회원가입이 필요 없는 학습자료 사이트
레전드스터디 닷컴! http://LegendStudy.com

24. [출제의도] 두 직선의 평행과 수직 이해하기

직선 $l : x-ay+2=0$과

직선 $m : 4x+by+2=0$이 수직이므로 $4-ab=0$

$\therefore\ ab=4$

직선 $l : x-ay+2=0$과

직선 $n : x-(b-3)y-2=0$이 평행하므로

$\frac{1}{1}=\frac{-a}{-b+3}\neq\frac{2}{-2}$

$\therefore\ a-b=-3$

$a^2+b^2=(a-b)^2+2ab=(-3)^2+2\times4=17$

따라서 $a^2+b^2=17$

25. [출제의도] 이차함수와 이차부등식의 관계 이해하기

$x^2-2x+3\leq-x^2+k$를 정리하면

$2x^2-2x+3-k\leq0$이므로

$f(x)=2x^2-2x+3-k$라 하면

$f(x)=2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{5}{2}-k$이다.

$-1\leq x\leq1$에서

$f(x)$는 $x=-1$에서 최댓값을 갖고

그 최댓값이 0보다 작거나 같아야 하므로

$f(-1)=-k+7\leq0$

$\therefore\ k\geq7$

따라서 실수 k의 최솟값은 7이다.

26. [출제의도] 연립이차부등식 문제해결하기

$\overline{QC}=a$이므로 $0<a<12$이고 $\overline{BQ}=12-a$

이때, 세 $\triangle ABC$, $\triangle APR$, $\triangle PBQ$는 각각 직각이등변삼각형이므로

$\overline{AR}=\overline{PR}=a$, $\overline{PQ}=\overline{BQ}=12-a$이다.

직사각형 PQCR의 넓이는 $a(12-a)$,

$\triangle PBQ$의 넓이는 $\frac{1}{2}(12-a)^2$,

$\triangle APR$의 넓이는 $\frac{1}{2}a^2$이므로

주어진 조건에 의하여

연립이차부등식

$$\begin{cases} a(12-a)>\frac{1}{2}(12-a)^2 \\ a(12-a)>\frac{1}{2}a^2 \end{cases}$$

의 해를 구하면 $4<a<8$

따라서 자연수 a는 5, 6, 7이므로 합은 18이다.

27. [출제의도] 유리식의 뜻을 알고 실생활 문제해결하기

후보 A를 지지하는 남학생과 여학생의 수를

각각 $2a$, $3a$라 하고

후보 B를 지지하는 남학생과 여학생의 수를

각각 $4b$, $3b$라 하자.

후보 B를 지지하는 학생 수가

후보 A를 지지하는 학생 수의 2배이므로

$5a:7b=1:2$

$\therefore\ a=\frac{7}{10}b$

조사에 참여한 남학생과 여학생의 수의 비 $m:n$은

$m:n=(2a+4b):(3a+3b)=\frac{54}{10}b:\frac{51}{10}b=18:17$

이다.

따라서 $m=18$, $n=17$이므로 $m+n=35$

28. [출제의도] 미지수가 3개인 연립일차방정식을 활용하여 실생활 문제해결하기

1교시에

국어를 신청한 학생 수를 x,

수학을 신청한 학생 수를 y,

영어를 신청한 학생 수를 z라 하면

주어진 조건으로부터

$$\begin{cases} 0.5x+0.3y+0.4z=49 \\ 0.2x+0.5y+0.4z=47 \\ 0.3x+0.2y+0.2z=29 \end{cases}$$

연립방정식의 해를 구하면

$x=40$, $y=50$, $z=35$

따라서 1교시에 수학을 신청한 학생 수는 50이다.

29. [출제의도] 켤레복소수의 성질을 이용하여 삼차방정식의 해 구하기

조건 (가)에 의하여

$2+i$가 삼차방정식 $P(x)=0$의 근이므로

$2-i$도 $P(x)=0$의 근이다.

삼차방정식 $P(x)=0$의 또 다른 한 근을 α라 하면

$P(x)=x^3-ax^2+bx-c$

$=(x-2-i)(x-2+i)(x-\alpha)$

$=(x^2-4x+5)(x-\alpha)$

조건 (나)에 의하여

$P(1)=2(1-\alpha)=1$이므로 $\alpha=\frac{1}{2}$이고

$P(x)=(x^2-4x+5)(x-\frac{1}{2})$이다.

$P(-1)=-15$이고

$P(x)=x^3-ax^2+bx-c$에서

$P(-1)=-1-a-b-c=-15$

따라서 $a+b+c=14$

30. [출제의도] 다항식의 최대공약수와 최소공배수 추론하기

두 다항식

$x^3-x^2-x+1=(x+1)(x-1)^2$,

$x^3-4x^2+5x-2=(x-1)^2(x-2)$

의 최대공약수가 $(x-1)^2$이고 x^3-x^2-x+1은

x^2-1과 $(x-1)^2$의 최소공배수이므로 조건 (나), (가)에 의하여 도형 A에는 $(x-1)^2$을 적을 수 있다.

조건 (가)에 의하여 도형 B에 적을 식과 도형 A에 적을 식 $(x-1)^2$의 최소공배수가 $(x-1)^2(x-2)$이므로 도형 B에는

$x-2$ 또는 $(x-1)(x-2)$ 또는 $(x-1)^2(x-2)$를 적을 수 있다.

(ⅰ) 도형 B에 $x-2$를 적으면 조건 (가)에 의하여 도형 C에는 $(x-1)(x-2)$를 적을 수 있다.
이때, 도형 B에 적은 $x-2$는 조건 (나)에 의하여 $(x-1)^2(x-2)$와 $(x-1)(x-2)$의 최대공약수 $(x-1)(x-2)$가 되어야 하므로 모순이다.
따라서 도형 B에 $x-2$를 적을 수는 없다.

(ⅱ) 도형 B에 $(x-1)(x-2)$를 적으면 도형 C에는 $(x-1)(x-2)$를 적을 수 있다.

(ⅲ) 도형 B에 $(x-1)^2(x-2)$를 적으면 도형 C에는 $(x-1)^2(x-2)$를 적을 수 있다.

그러므로 도형 C에 적을 수 있는

다항식은 $(x-1)(x-2)$와 $(x-1)^2(x-2)$뿐이다.

이때, 합 $P(x)=(x-1)(x-2)+(x-1)^2(x-2)$

$=x(x-1)(x-2)$

따라서 $P(10)=720$

로그인/회원가입이 필요 없는 학습자료 사이트

레전드스터디 닷컴! http://LegendStudy.com