

[문제 1번] 다음 물음에 답하시오. (50점)

- 타원 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 위의 점 $(-1, \frac{3}{2})$ 에서 타원에 접하는 직선의 기울기를 구하시오.
- 점 $(-3, 1)$ 에서 포물선 $x = y^2$ 에 접하는 직선을 두 개 그었을 때, 두 접선이 이루는 각을 θ ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$)라고 하자. 이 때 $\cos \theta$ 의 값을 구하시오.
(단, $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ 이다.)
- 점 $C(1, 0)$ 을 지나고, 기울기가 양수 m 인 직선이 타원 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 과 만나는 두 점을 각각 $A(x_1, y_1)$ 과 $B(x_2, y_2)$ 라고 하자. (단, $x_1 < x_2$ 이다.) 두 점 $D(-2, 0)$, $E(2, 0)$ 에 대하여 삼각형 ACD 의 넓이를 S_1 , 삼각형 BCE 의 넓이를 S_2 라 할 때, 극한값 $\lim_{m \rightarrow 0} \frac{S_1}{S_2}$ 을 구하시오.

[문제 2번] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

타원 $2x^2 + y^2 = 1$ 을 C라 하고 $a > 1$, $b > 1$ 인 실수 a, b 에 대해 좌표가 (a, b) 인 점을 A라 하자. 타원 C 위의 점 중에서 점 A까지의 거리가 최소가 되는 점의 좌표를 (x_0, y_0) 라 하면, 이 점의 x 좌표인 x_0 은 다음의 4차 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(x_0) = 0$ 을 만족한다.

$$f(x) = 2x^4 + 4ax^3 + \boxed{\text{(가)}} x^2 - 2ax - a^2$$

1. 위 제시문의 (가)에 알맞은 식은 무엇인가?
2. $a < \frac{3}{2}b$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의 그래프의 개형을 그리시오.
3. $x_0 = \frac{1}{2}$ 일 때, b 의 값을 a 를 이용하여 나타내시오.