2019학년도 부산대학교 대학입학전형 대비
모 의 논 술 고 사 (의 학 계) 문 제 지

지 원 학 과(부)		수 험 번 호		성 명	

【유의사항】
1. 시험시간은 100분입니다.
2. 답안은 답안지의 해당 문항 번호에 연필 또는 샤프로 작성하시오.
3. 답안을 수정할 때는 지우개를 사용하시오.
4. 문항 번호를 쓰고, 답안을 작성하시오.
5. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항은 답안에 드러내지 마시오.
6. 답안 연습은 연습지를 활용하시오.
7. 답안지, 연습지 및 문제지에 필요한 인적사항을 기입하였는지 확인하시오.

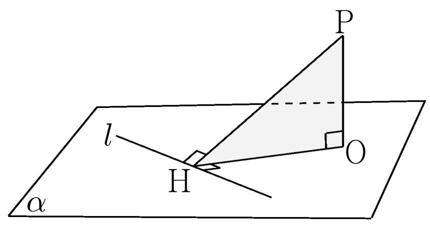
【문항 1】 다음 제시문을 이용하여 아래 논제의 풀이 과정과 답을 논리적으로 서술하시오.

(가) 평면 α 위에 있지 않은 한 점 P와 평면 α 위에 있는 직선 l, 직선 l 위에 있는 한 점 H, 평면 α 위에 있으면서 직선 l 위에 있지 않은 점 O에 대하여 아래의 사실이 성립한다.

(1) $\overline{\mathrm{PO}} \perp \alpha$, $\overline{\mathrm{OH}} \perp l$이면 $\overline{\mathrm{PH}} \perp l$이다.

(2) $\overline{\mathrm{PO}} \perp \alpha$, $\overline{\mathrm{PH}} \perp l$이면 $\overline{\mathrm{OH}} \perp l$이다.

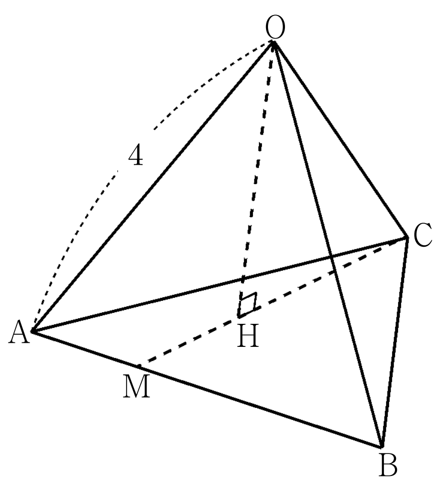
(3) $\overline{\mathrm{PH}} \perp l$, $\overline{\mathrm{OH}} \perp l$, $\overline{\mathrm{PO}} \perp \overline{\mathrm{OH}}$ 이면 $\overline{\mathrm{PO}} \perp \alpha$이다.



(나) 반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 θ(라디안)인 부채꼴의 넓이를 S라고 하면 $S=\frac{1}{2}r^2\theta$이다.

(다) 평면 β 위에 있는 도형의 넓이를 S, 이 도형의 평면 α 위로의 정사영의 넓이를 S'이라 하고, 두 평면 α, β가 이루는 각의 크기를 θ라고 하면 $S'=S\cos\theta$이다.

한 변의 길이가 4인 정사면체 OABC가 있다. 변 AB위의 한 점 M에 대하여 $\overline{\mathrm{OH}}\perp\overline{\mathrm{CM}}$을 만족하는 선분 CM위의 점을 H라 하자.



[1-1] 점 M이 변 AB위를 움직일 때 점 H가 나타내는 도형과 삼각형 ABC의 두 변 AC, BC로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하시오. (10점)

[1-2] 점 M이 선분 AB를 1:3으로 내분하는 점일 때, 삼각형 OHC의 평면 OAB 위로의 정사영의 넓이를 구하시오. (20점)

(뒷면에 계속)

【문항 2】 다음 제시문을 근거로 하여 아래 논제에 답하시오.

(가) 함수 $f(x)$가 구간 $[a,\ b]$에서 연속이고, $f(x) \geq 0$이면 정적분 $\int_a^b f(x)\,dx$는 곡선 $y=f(x)$와 x 축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 부분의 넓이를 나타낸다.

(나) $a_n \leq b_n \leq c_n$를 만족하는 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$에 대하여, $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} c_n = L$이면, $\lim_{n\to\infty} b_n = L$ 이 성립한다. (단, n은 자연수, L은 상수)

(다) $y=g(x)$가 구간 $[a,\ b]$에서 증가함수이면 다음의 명제는 참인 명제이다.
$a \leq c < d \leq b$이면 $g(c) < g(d)$이다.
역으로 $\alpha,\ \beta \in [a,\ b]$인 α, β에 대하여 $g(a) \leq g(\alpha) < g(\beta) \leq g(b)$이면 $a \leq \alpha < \beta \leq b$이다.

함수 $f(x)=x^n$에 대하여 곡선 $y=f(x)$위의 점 $(t,\ 0)$, $(t,\ f(t))$, $(1,\ f(t))$, $(1,\ 0)$을 꼭짓점으로 하는 직사각형의 넓이를 $A_n(t)$라 하자. (단, n은 자연수이고 $0<t<1$는 실수)

[2-1] 넓이 $A_n(t)$가 최대가 될 때 t의 값을 t_n이라 하고 곡선 $y=f(x)$와 두 직선 $y=0$, $x=1$로 둘러싸인 도형의 넓이를 B_n이라 하자. 이 때, $\lim_{n\to\infty} \frac{A_n(t_n)}{B_n}$의 값을 구하시오. (7점)

[2-2] 다음이 성립함을 논술하시오.

(a) $0 < x \leq 1$을 만족시키는 실수 x와 임의의 자연수 n에 대하여, 부등식

$$\frac{x}{n+1} < \ln\left(1+\frac{x}{n}\right) < \frac{x}{n}$$

이 성립함을 보이시오. (5점)

(b) 임의의 자연수 k에 대하여 자연수 m이 $m > ke^{2k}$를 만족하면

$$\frac{1}{e^{2k}} < \left(1-\frac{k}{m}\right)^m < \frac{1}{e^k}$$

가 성립함을 보이시오. (5점)

(c) $\lim_{x\to\infty} \frac{x}{e^x} = 0$임을 보이시오. (3점)

[2-3] $x^n = 1-x$를 만족하는 x를 s_n이라 하고 점 $(s_n,\ 0)$, $(s_n,\ f(s_n))$, $(1,\ f(s_n))$, $(1,\ 0)$들을 꼭짓점으로 하는 정사각형의 면적을 C_n이라 하자.

[2-2]를 참고하여 $\lim_{n\to\infty} \frac{C_n}{B_n}$을 구하시오. (15점)

(다음 장에 계속)

【문항 3】 다음 제시문을 근거로 하여 아래 논제에 답하시오.

(가) 서로 다른 n개에서 r개를 택하는 조합의 수는

$$ {}_{n}\mathrm{C}_{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \ (\text{단, } 0 \le r \le n) $$

(나) 어떤 시행에서 사건 A가 일어날 확률이 p일 때, 이 시행을 n회 반복하는 독립시행에서 사건 A가 r회 일어날 확률은

$$ {}_{n}\mathrm{C}_{r} p^{r}(1-p)^{n-r} \ (\text{단, } r = 0, 1, \ldots, n) $$

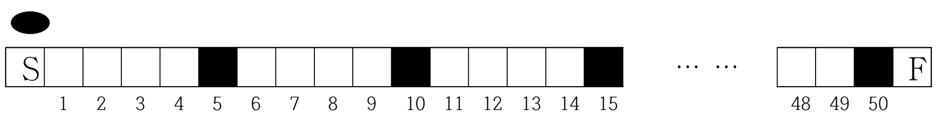
(다) 두 사건 A, B가 서로 배반사건이면,

$$ \mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) $$

(라) 두 사건 A, B가 서로 독립사건이면,

$$ \mathrm{P}(A \cap B) = \mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B) $$

동전 한 개를 반복하여 던져서 앞면이 나오면 바둑돌을 오른쪽으로 1칸, 뒷면이 나오면 바둑돌을 오른쪽으로 2칸 이동하는 시행을 한다. 아래 그림처럼 시작 지점 S에서 출발하여 50개의 칸을 지나서 마지막 지점 F에 도착하였다고 하자. 그리고 5의 배수에 해당되는 10개의 칸은 모두 검정색 칸이다. (단, 동전의 앞면과 뒷면의 결과에 따라 정확하게 F에 도착하였다고 가정한다.)



[3-1] 시작 지점 S에서 출발하여 마지막 지점 F에 도착할 때까지 바둑돌이 검정색 칸 위에 있었던 횟수가 1회일 확률은 $\dfrac{3 \times 5^{7} \times 11 \times p}{2^{39}}$이다. 이때 p를 구하시오. (15점)

[3-2] 시작 지점 S에서 출발하여 마지막 지점 F에 도착할 때까지 바둑돌이 검정색 칸 위에 있었던 횟수는 총 2회였고 인접한 검정색 칸에는 이동하지 않았다고 하자. 예를 들면, 10번째 검정색 칸 위에 있었다면 5번째와 15번째 검정색 칸 위에는 있지 않았다. 이러한 조건을 만족하면서 시작 지점 S에서 출발하여 마지막 지점 F에 도착하는 경우의 수는 $2 \times 3^{6} \times 5^{2} \times q$이다. 이때 q를 구하시오. (20점)

※ 주의사항 : 문제지, 연습지, 답안지에 필요한 인적사항을 기입하였는지 확인하시오.