2013학년도 6월 고1 전국연합학력평가 문제지

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt{14^2}+(\sqrt{-1})^2$ 의 값은? [2점]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

2. $x=2\sqrt{3}$, $y=\sqrt{5}$ 일 때 $(x+y)(x-y)$의 값은? [2점]

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

3. 두 다항식

$$A=3x^2+xy+y^2,\ B=x^2+2y^2$$

에 대하여 $A-2B$를 간단히 하면? [2점]

① $x^2+xy-3y^2$ ② $x^2+xy+3y^2$ ③ $x^2+2xy-3y^2$
④ $2x^2-xy+3y^2$ ⑤ $2x^2+xy$

4. $1<x<3$ 일 때 $|x-1|+|x-4|$ 를 간단히 하면? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ $2x-3$ ⑤ $2x+3$

회원가입/로그인 필요 없는 학습자료 제공 사이트
레전드스터디 닷컴!
http://LegendStudy.com

5. 이차방정식 $x^2-3x+1=0$ 의 두 근이 α, β일 때, $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$ 의 값은? [3점]

① -5 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 5

6. 다음 중에서 다항식 $(x^2-x)(x^2-x-1)-2$ 의 약수인 것은? [3점]

① $x-2$ ② $x-1$ ③ x
④ x^2+1 ⑤ x^2+x+1

7. 집합 $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중에서 홀수가 한 개 이상 속해 있는 집합의 개수는? [3점]

① 16 ② 20 ③ 24
④ 28 ⑤ 32

회원가입/로그인 필요 없는 학습자료 제공 사이트
레전드스터디 닷컴!
http://LegendStudy.com

8. x에 대한 이차방정식 $x^2-kx+k-1=0$이 중근 α를 가질 때, $k+\alpha$의 값은? (단, k는 상수이다.) [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 어느 학급 학생 36명을 대상으로 지난 토요일과 일요일에 축구 경기를 시청한 학생 수를 조사하였다. 그 결과 토요일에 시청한 학생은 25명, 일요일에 시청한 학생은 17명이었다. 토요일과 일요일 모두 시청한 학생 수의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값은? [3점]

① 15 ② 17 ③ 19
④ 21 ⑤ 23

10. x에 대한 방정식

$$(x+2)^2+(2x+a)^2=0$$

이 실근을 가질 때, 실수 a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

회원가입/로그인 필요 없는 학습자료 제공 사이트
레전드스터디 닷컴!
http://LegendStudy.com

11. 두 조건

$p: -3 < x - a < 4$

$q: -1 \le 3x - 7 < 23$

에 대하여 p가 q이기 위한 충분조건이 되도록 하는 정수 a의 개수는? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 자연수 n에 대하여

$A_n = \{x \mid x$는 n 이하의 소수$\}$

$B_n = \{x \mid x$는 n의 양의 약수$\}$

일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

< 보 기 >

ㄱ. $A_3 \cap B_4 = \{2\}$

ㄴ. 모든 자연수 n에 대하여 $A_n \subset A_{n+1}$이다.

ㄷ. 두 자연수 m, n에 대하여 $B_m \subset B_n$이면 m은 n의 배수이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

회원가입/로그인 필요 없는 학습자료 제공 사이트
레전드스터디 닷컴!
http://LegendStudy.com

13. 0이 아닌 세 실수 a, b, c가 다음 조건을 만족시킨다.

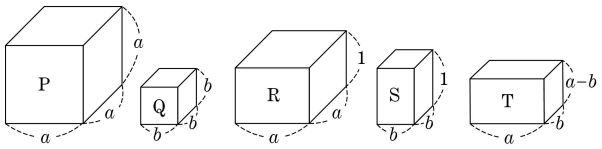
(가) $b+c<a$

(나) $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}=-\sqrt{\frac{b}{a}}$

세 수 a, b, c의 대소 관계로 옳은 것은? [3점]

① $a<c<b$ ② $b<a<c$ ③ $b<c<a$
④ $c<a<b$ ⑤ $c<b<a$

14. 두 양수 a, $b(a>b)$에 대하여 그림과 같은 직육면체 P, Q, R, S, T의 부피를 각각 p, q, r, s, t라 하자.

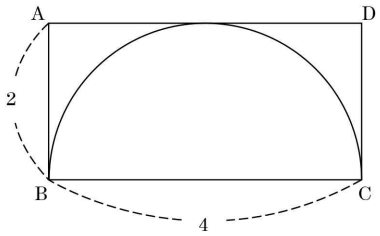


$p=q+r+s+t$일 때, $a-b$의 값은? [4점]

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{4}{5}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

회원가입/로그인 필요 없는 학습자료 제공 사이트
레전드스터디 닷컴!
http://LegendStudy.com

[15 ~ 16] 그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=4$인 직사각형과 선분 BC를 지름으로 하는 반원이 있다. 직사각형 ABCD의 내부에 있는 한 점 P에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 Q, 선분 AD에 내린 수선의 발을 R라고 할 때, 15번과 16번의 두 물음에 답하시오.



15. $\overline{PQ}$, $\overline{PR}$가 모두 자연수인 반원 내부의 점 P에 대하여 집합 S를 다음과 같이 정의한다.

$$S=\{a+bi \mid a=\overline{PQ},\ b=\overline{PR}\}$$

집합 S의 모든 원소의 합이 $p+qi$일 때, $p+q$의 값은? (단 p, q는 실수이고 $i=\sqrt{-1}$이다.) [4점]

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

16. 호 BC 위에 있는 점 P에 대하여 직사각형 AQPR의 둘레의 길이는 10이다. 직사각형 AQPR의 넓이는? [4점]

① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

회원가입/로그인 필요 없는 학습자료 제공 사이트
레전드스터디 닷컴!
http://LegendStudy.com

17. 복소수 전체의 집합의 부분집합 $A=\{a, b, c\}$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 곱셈에 대하여 닫혀 있다. (나) 모든 원소의 곱셈에 대한 역원이 각각 존재한다.

$a^3+b^3+c^3$의 값은? [4점]

① 3 ② 1 ③ 0
④ -1 ⑤ -3

18. 두 다항식 A, B에 대하여 연산 $\langle A, B\rangle$를

$$\langle A, B\rangle = A^2+AB+B^2$$

으로 정의할 때, 다항식 $\langle x^2+x+1, x^2+x\rangle$의 전개식에서 x의 계수는? [4점]

① 3 ② 5 ③ 7
④ 9 ⑤ 11

회원가입/로그인 필요 없는 학습자료 제공 사이트
레전드스터디 닷컴!
http://LegendStudy.com

19. 다음은 $n \geq 2$인 자연수 n에 대하여 $\sqrt{n^2-1}$이 무리수임을 증명한 것이다.

<증 명>

$\sqrt{n^2-1}$이 유리수라고 가정하면 $\sqrt{n^2-1}=\frac{q}{p}$ (p, q는 서로소인 자연수)로 놓을 수 있다.

이 식의 양변을 제곱하여 정리하면 $p^2(n^2-1)=q^2$이다.

p는 q^2의 약수이고 p, q는 서로소인 자연수이므로

$n^2=$ (가) 이다.

자연수 k에 대하여

(i) $q=2k$일 때

$(2k)^2 < n^2 <$ (나) 인 자연수 n이 존재하지 않는다.

(ii) $q=2k+1$일 때

(나) $< n^2 < (2k+2)^2$인 자연수 n이 존재하지 않는다.

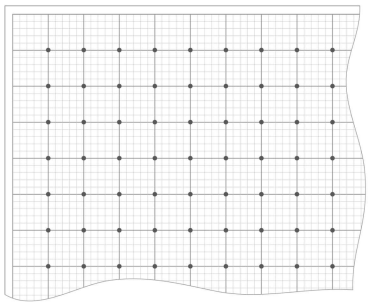
(i)과 (ii)에 의하여 $\sqrt{n^2-1}=\frac{q}{p}$ (p, q는 서로소인 자연수)를 만족하는 자연수 n은 존재하지 않는다.

따라서 $\sqrt{n^2-1}$은 무리수이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(q)$, $g(k)$라 할 때, $f(2)+g(3)$의 값은? [4점]

① 50 ② 52 ③ 54 ④ 56 ⑤ 58

20. 그림과 같이 모눈종이 위에 가로와 세로의 간격이 각각 1인 점들이 찍혀 있다. 이 점들 중 세 개를 꼭짓점으로 하는 직각삼각형을 만들 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



< 보 기 >

ㄱ. 세 변의 길이가 모두 유리수인 직각삼각형을 만들 수 있다.

ㄴ. 세 변의 길이가 모두 무리수인 직각삼각형을 만들 수 있다.

ㄷ. 직각삼각형의 넓이는 항상 유리수이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

회원가입/로그인 필요 없는 학습자료 제공 사이트
레전드스터디 닷컴!
http://LegendStudy.com

21. 그림과 같이 숫자가 표시되는 화면과 A, B 두 개의 버튼으로 구성된 장치가 있다.

A버튼을 누르면 화면에 표시된 수와 $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{2}i}{2}$ 를 곱한 결과가, B버튼을 누르면 화면에 표시된 수와 $\frac{-\sqrt{2}+\sqrt{2}i}{2}$ 를 곱한 결과가 화면에 나타난다. 화면에 표시된 수가 1일 때, A 또는 B버튼을 여러 번 눌렀더니 다시 1이 나타났다. 버튼을 누른 횟수의 최솟값은? (단, $i=\sqrt{-1}$ 이다.) [4점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

단답형

22. $\sqrt{12+2\sqrt{27}}=a+\sqrt{b}$ 를 만족시키는 두 자연수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오. [3점]

23. 서로 다른 두 실수 a, b에 대하여

$$\frac{(a-5)^2}{a-b}+\frac{(b-5)^2}{b-a}=0$$

일 때, $a+b$의 값을 구하시오. [3점]

회원가입/로그인 필요 없는 학습자료 제공 사이트
레전드스터디 닷컴!
http://LegendStudy.com

24. 두 다항식 P, Q의 최대공약수를 $P \triangle Q$, 최소공배수를 $P \triangledown Q$로 나타내기로 하자. 세 다항식

$A = x^2 - 4x + 3$

$B = x^2 - x - 6$

$C = x^3 + 4x^2 + x - a$

에 대하여 $(A \triangle B) \triangledown C$가 x에 대한 삼차식일 때, 자연수 a의 값을 구하시오. [3점]

25. 다항식 x^4을 $x-1$로 나눈 몫을 $q(x)$, 나머지를 r_1이라 하고, $q(x)$를 $x-4$로 나눈 나머지를 r_2라 하자. $r_1 + 3r_2$의 값을 구하시오. [3점]

26. 50 이하의 자연수 a, b에 대하여 $a = 1 + b + 2\sqrt{b}$가 성립하도록 하는 b의 최댓값을 구하시오. [4점]

27. 길이가 L인 현의 장력과 밀도를 각각 T, ρ라 하고 주파수를 ω라고 할 때, 다음 식이 성립한다고 한다.

$$\omega = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{\rho}}$$

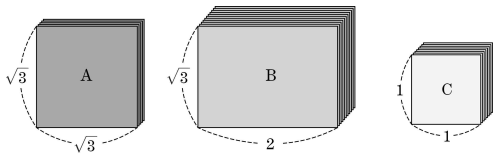
길이가 같은 두 현 A, B가 있다. A의 장력이 B의 장력의 3배, A의 주파수가 B의 주파수의 $\frac{1}{2}$배일 때, A의 밀도는 B의 밀도의 n배이다. n의 값을 구하시오. [4점]

28. 세 실수 x, y, z가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) x, y, $2z$ 중에서 적어도 하나는 3이다.
(나) $3(x+y+2z) = xy+2yz+2zx$

$10xyz$의 값을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이 크기가 다른 직사각형 모양의 색종이 A, B, C가 각각 5장, 11장, 8장 있다.



이들을 모두 사용하여 겹치지 않게 빈틈없이 이어 붙여서 하나의 직사각형을 만들었다. 이 직사각형의 둘레의 길이가 $a+b\sqrt{3}$일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 자연수이다.) [4점]

30. 자연수 n^4+n^2-2가 $(n-1)(n-2)$의 배수가 되도록 하는 자연수 n의 최댓값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.