제 2 교시

수학 영역 (B형)

5지선다형

1. $\sqrt[3]{2}\times 16^{\frac{2}{3}}$의 값은? [2점]

① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 4 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 8

2. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$에 대하여 행렬 $A(A+B)$의 모든 성분의 합은? [2점]

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

3. $\cos\theta=\frac{2}{\sqrt{5}}$일 때, $\cos 2\theta$의 값은? $\left(단,\ 0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$ [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{7}{10}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{9}{10}$

4. 두 사건 A와 B는 서로 독립이고

$$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{4},\quad \mathrm{P}(B)=\frac{1}{3}$$

일 때, $\mathrm{P}(A\cup B)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{11}{24}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

레전드스터디 닷컴 http://LegendStudy.com

5. 곡선 $y=2^{2x-3}+1$ 위의 점 $\left(1,\ \frac{3}{2}\right)$에서의 접선의 기울기는? [3점]

① $\frac{1}{2}\ln 2$ ② $\ln 2$ ③ $\frac{3}{2}\ln 2$ ④ $2\ln 2$ ⑤ $\frac{5}{2}\ln 2$

6. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n-2)=4$일 때, $\lim_{n\to\infty}\left(4a_n+\frac{3n^2-1}{n^2+1}\right)$의 값은? [3점]

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

7. 두 일차변환 f, g는

$$f:\ (x,\ y)\to(-y,\ x)$$
$$g:\ (x,\ y)\to(x+2y,\ y)$$

이다. 합성변환 $f\circ g$에 의하여 점 $\mathrm{A}(2,\ 1)$이 점 $\mathrm{B}(a,\ b)$로 옮겨질 때, $a+b$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 한 개의 주사위를 2번 던질 때 첫 번째 나온 눈의 수를 a, 두 번째 나온 눈의 수를 b라 하자. 두 수 a, b의 곱 ab가 짝수일 때, a와 b가 모두 짝수일 확률은? [3점]

① $\frac{7}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

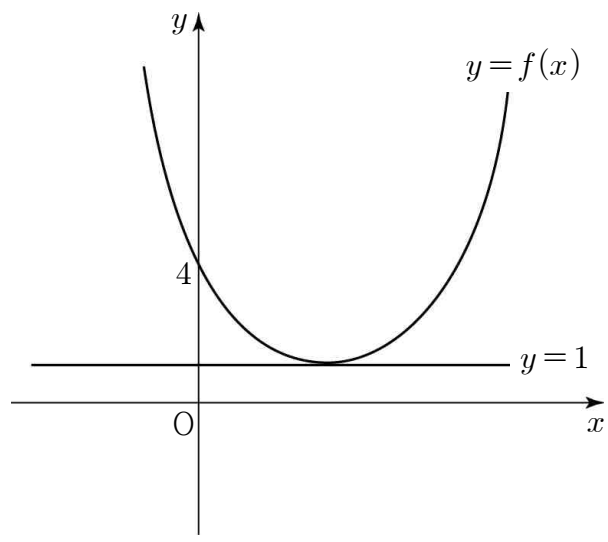
9. 원 $x^2+y^2=8$과 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$이 서로 다른 네 점에서 만나고 이 네 점은 원의 둘레를 4등분한다. 이 쌍곡선의 한 점근선의 방정식이 $y=\sqrt{2}x$일 때, a^2+b^2의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

10. 직선 $y=1$에 접하고 점 $(0, 4)$를 지나는 이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 방정식

$$\sqrt{13-2f(|x|)}=f(|x|)+1$$

의 서로 다른 실근의 개수는? [3점]



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

레전드스터디 닷컴 http://LegendStudy.com

11. 좌표평면에서 원점을 중심으로 하는 회전변환 f에 의하여 직선 $y=x+1$이 직선 $y=2x+k$로 옮겨질 때, k^2의 값은? (단, k는 상수이다.) [3점]

① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

12. 두 이차정사각행렬 A, B가

$$A^2+AB+A+B=E,\quad A^2+3AB+2B^2=O$$

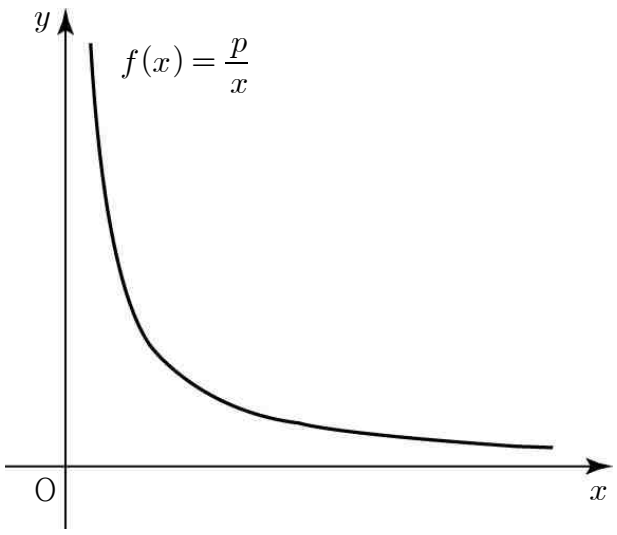
를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이고, O는 영행렬이다.) [3점]

<보 기>

ㄱ. $AB=BA$
ㄴ. $A^2=4B^2$
ㄷ. B의 역행렬은 $2B-E$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[13~14] 구간 $(0, \infty)$에서 정의된 함수 $f(x)=\frac{p}{x}$ $(p>1)$의 그래프는 그림과 같다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 세 수 $f(a)$, $f(\sqrt{3})$, $f(a+2)$가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, 양수 a의 값은? [3점]

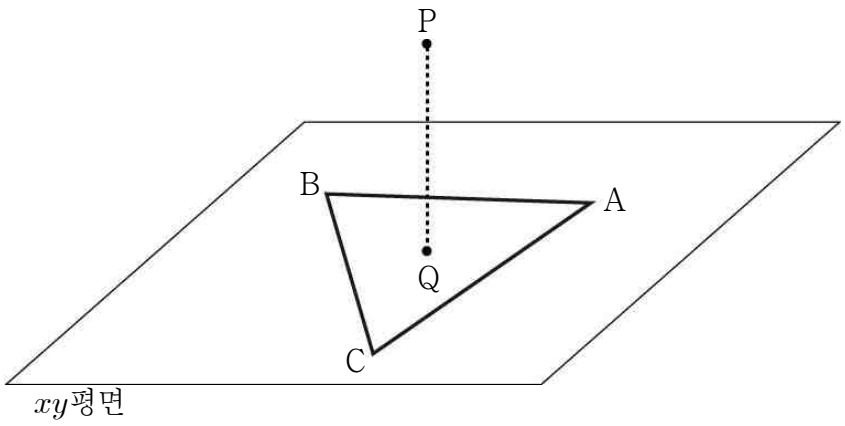
① 1 ② $\frac{9}{8}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{11}{8}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

14. 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=1$, $x=p$로 둘러싸인 부분을 x축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피가 20π일 때, 상수 p의 값은? [4점]

① $\frac{17}{4}$ ② $\frac{9}{2}$ ③ $\frac{19}{4}$ ④ 5 ⑤ $\frac{21}{4}$

레전드스터디 닷컴 http://LegendStudy.com

15. 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}=5$, $\overline{BC}=2\sqrt{7}$인 삼각형 ABC가 xy평면 위에 있고, 점 $P(1, 1, 4)$의 xy평면 위로의 정사영 Q는 삼각형 ABC의 무게중심과 일치한다. 점 P에서 직선 BC까지의 거리는? [4점]



① $3\sqrt{2}$ ② $\sqrt{19}$ ③ $2\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{21}$ ⑤ $\sqrt{22}$

16. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=\frac{1}{4}$이고

$$(n+1)a_n = a_{n+1}(3n-2a_n) \ (n \geq 1)$$

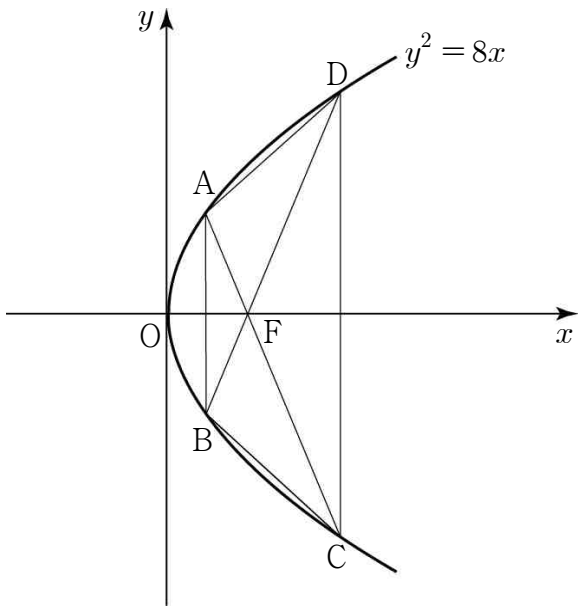
을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

> 주어진 식의 양변을 $a_n a_{n+1}$로 나누면
>
> $$\frac{n+1}{a_{n+1}} = \frac{3n-2a_n}{a_n}$$
>
> 이다. $b_n = \frac{n}{a_n}$이라 하면
>
> $$b_{n+1} = 3b_n + \boxed{(가)}$$
>
> 이고, $b_{n+1}-1 = 3(b_n-1)$이다.
>
> $b_1 = 4$이므로 $b_n - 1 = \boxed{(나)}$
>
> $$b_n = \boxed{(나)} + 1$$
>
> 이다. 그러므로
>
> $$a_n = \frac{n}{\boxed{(나)}+1} \ (n \geq 1)$$
>
> 이다.

위의 (가)에 알맞은 값을 p, (나)에 알맞은 식을 $f(n)$이라 할 때, $p+f(3)$의 값은? [4점]

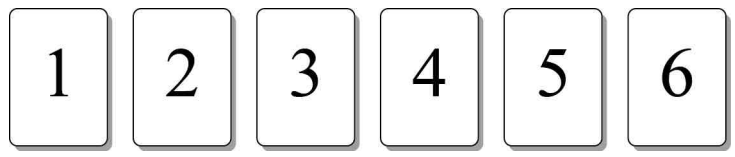
① 24 ② 25 ③ 26 ④ 27 ⑤ 28

17. 그림과 같이 포물선 $y^2=8x$ 위의 네 점 A, B, C, D를 꼭짓점으로 하는 사각형 ABCD에 대하여 두 선분 AB와 CD가 각각 y축과 평행하다. 사각형 ABCD의 두 대각선의 교점이 포물선의 초점 F와 일치하고 $\overline{\mathrm{DF}}=6$일 때, 사각형 ABCD의 넓이는? [4점]



① $14\sqrt{2}$ ② $15\sqrt{2}$ ③ $16\sqrt{2}$
④ $17\sqrt{2}$ ⑤ $18\sqrt{2}$

18. 그림과 같이 1, 2, 3, 4, 5, 6의 숫자가 한 면에만 각각 적혀 있는 6장의 카드가 일렬로 놓여 있다. 주사위 한 개를 던져서 나온 눈의 수가 2이하이면 가장 작은 숫자가 적혀 있는 카드 1장을 뒤집고, 3이상이면 가장 작은 숫자가 적혀 있는 카드부터 차례로 2장의 카드를 뒤집는 시행을 한다. 3번째 시행에서 4가 적혀 있는 카드가 뒤집어질 확률은?
(단, 모든 카드는 한 번만 뒤집는다.) [4점]



① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{13}{27}$ ③ $\frac{14}{27}$ ④ $\frac{5}{9}$ ⑤ $\frac{16}{27}$

레전드스터디 닷컴 http://LegendStudy.com

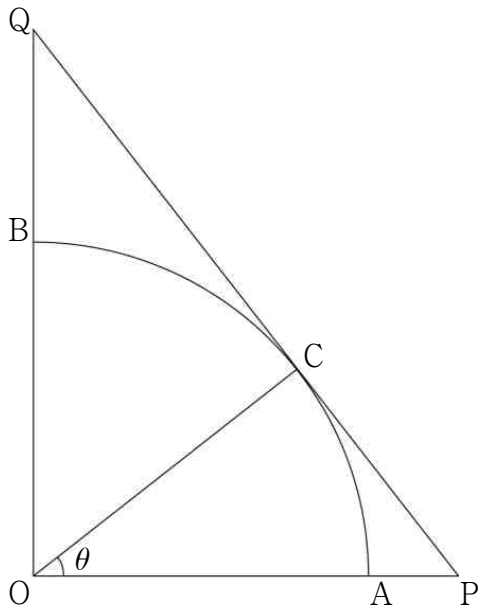
19. 구간 $(0, \infty)$에서 연속인 함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 할 때, 함수 $F(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 양수 x에 대하여 $F(x)+xf(x)=(2x+2)e^x$ (나) $F(1)=2e$

$F(3)$의 값은? [4점]

① $\frac{1}{4}e^3$ ② $\frac{1}{2}e^3$ ③ e^3 ④ $2e^3$ ⑤ $4e^3$

20. 그림과 같이 반지름의 길이가 6이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB가 있다. $\angle \mathrm{COA}=\theta$ $\left(0<\theta<\frac{\pi}{4}\right)$가 되도록 호 AB 위의 점 C를 잡고, 점 C에서의 접선이 변 OA의 연장선, 변 OB의 연장선과 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. $\overline{\mathrm{PQ}}=15$일 때, $\tan 2\theta$의 값은? [4점]



① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{11}{6}$ ⑤ 2

21. 검은 바둑돌 ●과 흰 바둑돌 ○을 일렬로 나열하였을 때 이웃한 두 개의 바둑돌의 색이 나타날 수 있는 유형은

●●	●○	○●	○○
<A형>	<B형>	<C형>	<D형>

으로 4가지이다.
예를 들어, 6개의 바둑돌을 <A형> 2번, <B형> 1번, <C형> 1번, <D형> 1번 나타나도록 일렬로 나열하는 모든 경우의 수는 아래와 같이 5이다.

●●○○●●
○●●●○○
○○●●●○
●●●○○●
●○○●●●

10개의 바둑돌을 <A형> 4번, <B형> 2번, <C형> 2번, <D형> 1번 나타나도록 일렬로 나열하는 모든 경우의 수는? (단, 검은 바둑돌과 흰 바둑돌은 각각 10개 이상씩 있다.) [4점]

① 35 ② 40 ③ 45 ④ 50 ⑤ 55

단답형

22. $\lim_{x \to 0} \frac{\sin^2 x}{1-\cos x}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 분수부등식 $\frac{1}{x-12}+\frac{2}{x} \le 0$ 을 만족시키는 모든 자연수 x의 값의 합을 구하시오. [3점]

레전드스터디 닷컴 http://LegendStudy.com

24. 함수 $f(x)=x^3+2x+1$에 대하여 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $24g'(1)$의 값을 구하시오. [3점]

25. 총 공기흡인량이 $V(\mathrm{m}^3)$이고 공기 포집 전후 여과지의 질량 차가 $W(\mathrm{mg})$일 때의 공기 중 먼지 농도 $C(\mu\mathrm{g}/\mathrm{m}^3)$는 다음 식을 만족시킨다고 한다.

$$\log C = 3 - \log V + \log W \ (W > 0)$$

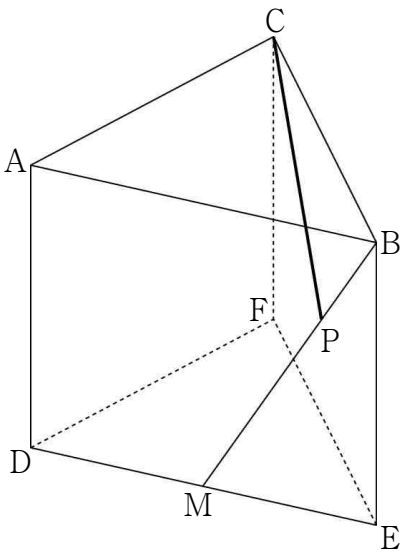
A 지역에서 총 공기흡인량이 V_0이고 공기 포집 전후 여과지의 질량 차가 W_0일 때의 공기 중 먼지 농도를 C_{A}, B 지역에서 총 공기흡인량이 $\frac{1}{9}V_0$이고 공기 포집 전후 여과지의 질량 차가 $\frac{1}{27}W_0$일 때의 공기 중 먼지 농도를 C_{B}라 하자. $C_{\mathrm{A}} = kC_{\mathrm{B}}$를 만족시키는 상수 k의 값을 구하시오. (단, $W_0 > 0$) [3점]

26. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 $x(t)$가

$$x(t) = t + \frac{20}{\pi^2}\cos(2\pi t)$$

이다. 점 P의 시각 $t=\frac{1}{3}$에서의 가속도의 크기를 구하시오. [4점]

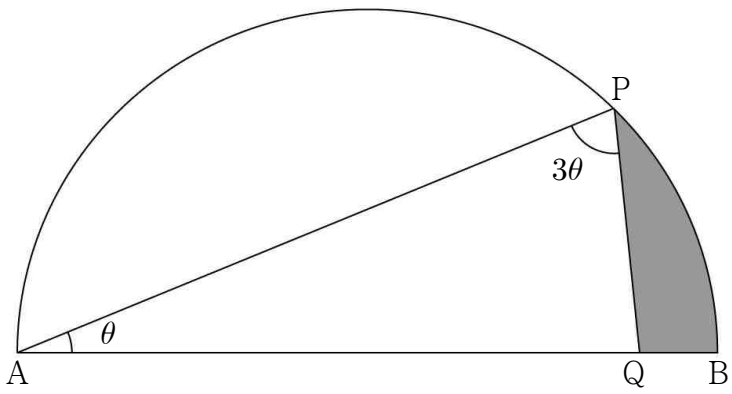
27. 그림과 같이 모든 모서리의 길이가 6인 정삼각기둥 ABC-DEF가 있다. 변 DE의 중점 M에 대하여 선분 BM을 1 : 2로 내분하는 점을 P라 하자. $\overline{\mathrm{CP}}=l$일 때, $10l^2$의 값을 구하시오. [4점]



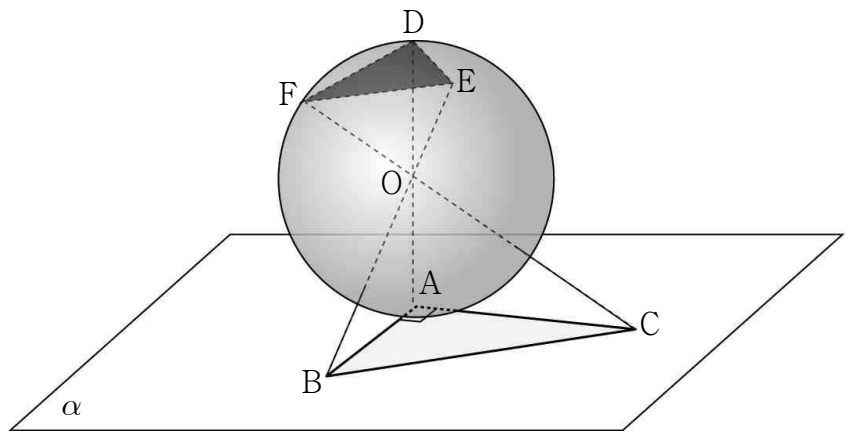
28. 양의 실수 k에 대하여 곡선 $y=k\ln x$와 직선 $y=x$가 접할 때, 곡선 $y=k\ln x$, 직선 $y=x$ 및 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 ae^2-be이다. $100ab$의 값을 구하시오. (단, a와 b는 유리수이다.) [4점]

레전드스터디 닷컴 http://LegendStudy.com

29. 그림과 같이 길이가 12인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 $\angle \mathrm{PAB} = \theta \left(0 < \theta < \frac{\pi}{6}\right)$인 점 P가 있다. $\angle \mathrm{APQ} = 3\theta$가 되도록 선분 AB 위의 점 Q를 잡을 때, 두 선분 PQ, QB와 호 BP로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta \to +0} \frac{S(\theta)}{\theta}$의 값을 구하시오. [4점]



30. 그림과 같이 평면 α 위에 $\angle \mathrm{A} = \frac{\pi}{2}$, $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}} = 2\sqrt{3}$ 인 삼각형 ABC가 있다. 중심이 점 O이고 반지름의 길이가 2인 구가 평면 α와 점 A에서 접한다. 세 직선 OA, OB, OC와 구의 교점 중 평면 α까지의 거리가 2보다 큰 점을 각각 D, E, F라 하자. 삼각형 DEF의 평면 OBC 위로의 정사영의 넓이를 S라 할 때, $100S^2$의 값을 구하시오. [4점]



* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.